

Matematiikan ja tilastotieteen laitos
Johdatus Diskreettiin Matematiikkaan
2. harjoitus viikolle 47
Petteri Harjulehto

- 1.** Osoita, että perusjoukon X osajoukoille A ja B on voimassa
(a) $\mathcal{C}(A \cup B) = \mathcal{C}A \cap \mathcal{C}B$ ja
(b) $\mathcal{C}(A \cap B) = \mathcal{C}A \cup \mathcal{C}B$.

- 2.** Osoita, että
(a) $(A \cap B) \times (C \cap D) = (A \times C) \cap (B \times D)$ ja
(b) $(A \setminus B) \times (C \setminus D) = ((A \setminus B) \times C) \cap (A \times (C \setminus D))$.

- 3.** Olkoot $R \subset X \times Y$ ja $A, B \subset X$. Osoita, että
(a) $R(A \cup B) = R(A) \cup R(B)$ ja
(b) $R(A \setminus B) \supset R(A) \setminus R(B)$.

- 4.** Olkoon $X = \{1, 2\}$. Muodosta kaikki kuvaukset $f : X \rightarrow X$.

- 5.** Olkoot $f : X \rightarrow Y$, $A_1, A_2 \subset X$ ja $B_1, B_2 \subset Y$. Osoita, että
(a) $f(A_1 \cup A_2) = f(A_1) \cup f(A_2)$ ja
(b) $f^{-1}(B_1 \cup B_2) = f^{-1}(B_1) \cup f^{-1}(B_2)$
(c) $f(f^{-1}(B_1)) \subset B_1$.

- 6.** Ovatko seuraavat kuvaukset injektioita, surjektioita tai bijektioita $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$:
(a) $f(x) = x$;
(b) $f(x) = x^2$;
(c) $f(x) = x^3 - 5x^2 + 2x + 8$;
(d) $f(x) = \begin{cases} x + 1, & \text{jos } x \geq 0; \\ x, & \text{jos } x < 0. \end{cases}$

Institutionen för matematik och statistik
Introduktion till diskret matematik
Övningsblad 2, vecka 47
Niklas Brännström

1. Låt A och B vara mängder i universum \mathcal{U} . Visa att
(a) $\mathcal{C}(A \cup B) = \mathcal{C}A \cap \mathcal{C}B$ och
(b) $\mathcal{C}(A \cap B) = \mathcal{C}A \cup \mathcal{C}B$,
där notationen \mathcal{C} betyder komplement, dvs. $\mathcal{C}A = A^c$.

2. Visa att
(a) $(A \cap B) \times (C \cap D) = (A \times C) \cap (B \times D)$ och
(b) $(A \setminus B) \times (C \setminus D) = ((A \setminus B) \times C) \cap (A \times (C \setminus D))$.

3. Låt $R \subset X \times Y$ och $A, B \subset X$. Visa att
(a) $R(A \cup B) = R(A) \cup R(B)$ och
(b) $R(A \setminus B) \supset R(A) \setminus R(B)$.

4. Låt $X = \{1, 2\}$. Bestäm alla avbildningar $f : X \rightarrow X$.

5. Låt $f : X \rightarrow Y$, $A_1, A_2 \subset X$ och $B_1, B_2 \subset Y$. Visa att
(a) $f(A_1 \cup A_2) = f(A_1) \cup f(A_2)$,
(b) $f^{-1}(B_1 \cup B_2) = f^{-1}(B_1) \cup f^{-1}(B_2)$,
(c) $f(f^{-1}(B_1)) \subset B_1$.

6. Är följande avbildningar injektiva, surjektiva eller bijektiva om $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$:
(a) $f(x) = x$;
(b) $f(x) = x^2$;
(c) $f(x) = x^3 - 5x^2 + 2x + 8$;
(d) $f(x) = \begin{cases} x + 1, & \text{om } x \geq 0; \\ x, & \text{om } x < 0. \end{cases}$