INSTITUTIONEN FÖR MATEMATIK OCH STATISTIK
Analys I
Övning 3
28.9.-2.10. 2009

I dessa uppgifter övar vi att använda definitionen av gränsvärdet för en talföljd.

1. Anta att för varje n gäller

$$x_n = \frac{n+1}{3n}.$$

Visa att $\lim_{n\to\infty} x_n = \frac{1}{3}$.

2. Visa att

$$\lim_{n\to\infty} \frac{3n-7}{2n^2+1} = 0.$$

3. Visa att

$$\frac{2n^2+1}{3n^3-1} \to 0 \quad \text{då}\, n \to \infty.$$

4. Anta att $2 < \lim_{n\to\infty} x_n < 3$. (Antagandet innehåller det faktum att denna talföljd konvergerar.) Visa att det finns ett sådant K att

$$2 < x_n < 3$$

för varje $n > K$. Det är avsikten att också denna uppgift löses utgående från definitionen av gränsvärdet för en talföljd.

5. Visa att påståendet

$$\lim_{n\to\infty} \frac{n+1}{3n} = 1.$$

inte gäller. I lösningen bör man utgå från definitionen av gränsvärdet för en talföljd. (En extra fråga som inte behöver lösas: skulle detta också följa från uppgift 1 och satserna i kompendiet?)

6. Anta att för varje n gäller

$$x_n = (-1)^n n.$$

Konvergerar eller divergerar följden (x_n)? I denna uppgift får man fritt använda kompendiets satser.

Obs. Extra poäng för $n =$ antalet lösta uppgifter under hösten: +4 p. om $n \geq 50$, +3 p. om $40 \leq n < 50$, +2 p. om $30 \leq n < 40$, +1 p. om $20 \leq n < 30$.