

INSTITUTIONEN FÖR MATEMATIK OCH STATISTIK

Analys I

Handledning 4

För veckan som börjar 5. 10. 2009.

1. Utred med hjälp av sats 4.7

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2 + 5n + 7}{(n+2)(n+4)}$$

Kom ihåg satsens ”om, så” struktur! I uppgiften får vi känna till att $\frac{1}{n} \rightarrow 0$ när $n \rightarrow \infty$.

2. Vi antar att

$$\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = a$$

och att $a \neq 0$.

Visa att det existerar ett sådant heltal K att vi för varje $n > K$ har $|x_n| > \frac{1}{2}|a|$. Uppgiften blir mer åskådlig om vi separat betraktar fallen $a < 0$ och $a > 0$.

3. Kan du visa att följande följd konvergerar:

$$1, 1 - \frac{1}{2}, 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3}, 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4}, \dots?$$

(Det är egentligen frågan om ett specialfall av Leibniz sats som hör till serieteorin i kursen Analys II.) Vi kan inledningsvis betrakta t.ex. följderna x_1, x_3, \dots och x_2, x_4, \dots . I denna uppgift får man använda sig av kunskapen att varje växande uppifrån begränsade följd och varje avtagande nerifrån begränsade följd konvergerar.

4. Vi repeterar tidigare uppgifter från handledningar eller övningar eller andra intressanta uppgifter.