

INSTITUTIONEN FÖR MATEMATIK OCH STATISTIK

Analys I

Handledning 2

För veckan som börjar 21. 9. 2009

1. Vi antar att  $|x - e^\pi| < 2^{-1}10^{-1}$ . Utgående ifrån detta, vad kan vi säga om decimalutvecklingen av talet  $x$ ? Vad kan vi säga om  $|x - e^\pi| < 2^{-1}10^{-23}$ ?

(Decimalutvecklingen av  $e^\pi$  börjar såhär:

23,14069263277926900572908636794854738026610624260021.)

2. Vilka tal uppfyller ekvationen  $|3x - 2| < 1$ ? Tips: använd absolutbeloppslemmat  $|x| < a$  om och endast om  $-a < x < a$  (där  $a$  är positivt.)

3. Motivera med den exakta definitionen av gränsvärde att

(a)  $|x| \geq 0$ ;

(b)  $|x| = |-x|$ ;

(c)  $|xy| = |x||y|$ . (Båda talen kan oberoende av varandra vara  $< 0$ ,  $= 0$  eller  $> 0$ . Gå igenom alla 9 fall.)

4. (a) gäller det för alla  $x$  att  $x^5 - 1 = (x - 1)(x^4 + x^3 + x^2 + x + 1)$ ? (För att kontrollera detta räcker naturligtvis multiplikation av polynom.)

(b) Hitta ett sådant tal  $K > 0$  att alla tal  $x$  i intervallet  $]1/2, 3/2[$  uppfyller  $|x^5 - 1| \leq K|x - 1|$ .

(c) Existerar det ett sådant positivt tal  $h$  att  $|x^5 - 1| < 7^{-77777}$  alltid när  $|x - 1| < h$ ?