Logiikka I

Harjoitus 9

1. Todista, käyttämättä itse sijoituslemmaa, seuraava sijoituslemman erikoistapaus: $M \models_s A(y/z)$ joss $M \models_{s(a/z)} A$, kun $A = \forall x(\exists y R_1(x,y) \wedge R_2(x,z))$ ja $a = s(y)$.

2. Päättele luonnollisella päättelyllä kaava $\neg A$ kaavoista $\neg(\forall x A \vee \forall x \neg A)$ ja $A \to \forall x A$.

3. Millä edellytyksillä edellisen tehtävän päättelyä voidaan jatkaa kaikkikvanttorin tuonnilla ja päätellä $\forall x \neg A$?

4. Päättele luonnollisella päättelyllä kaava $\forall x A \vee \forall x \neg A$ kaavasta $\forall x(A \to \forall x A)$. Vihje: Tehtävä 2.

5. Päättele luonnollisella päättelyllä $\exists z R(z,z)$ kaavasta $\forall x R(x,y)$.

6. Päättele luonnollisella päättelyllä lause $\forall x \forall y \neg R(x,y) \vee \exists z R(z,z)$ lauseista $\forall x \forall y \forall z((R(x,y) \wedge R(y,z)) \to R(x,z))$ ja $\forall x \forall y(R(x,y) \to R(y,x))$. Vihje: Tee vastaoletus ja päättele ensin ristiriita oletuksesta $R(x,y)$. Mieti myös mitä sijoituksia päättelyssä kannattaa tehdä.