Logiikka I

Harjoitus 8

1. Olkoon $M = (M, <)$ struktuuri, jonka universumi on $\{0, 1, 2\}$ ja missä $<$ on joukon M luonnollinen järjestys. Näytä, että kaikilla $a \in M$, joukko $\{a\}$ on määriteltävä M:ssä. Tehtävässä riittää antaa määrittelevä kaava.

2. Perustele suoraan Tarskin totuusmääritelmästä lähtien edellisen tehtävän vastauksesi tapauksessa $a = 0$.

3. Olkoon M struktuuri, jonka universumin kaikki yhden alkion osajoukot ovat määriteltäviä. Näytä, että M:n universumin kaikki äärelliset osajoukot ovat määriteltäviä.

4. Olkoon $M = (M, <)$ struktuuri, jonka universumi on $\{0, ..., 2010\}$ ja missä $<$ on M:n universumin luonnollinen järjestys. Näytä, että relaatio $R = \{(x, y) \in M \times M |\ x < 2010,\ y = x + 1\}$ on määriteltävä.

5. Onko y vapaa muuttujalle x seuraavissa kaavoissa?
(a) $\exists y \forall x (R(x, z) \to R(x, y))$
(b) $\exists y (\forall x R(x, z) \to R(x, y))$
(c) $\exists y \forall x R(x, z) \to R(x, y)$
(d) $\exists y \forall x R(x, z) \to \exists y R(x, y)$.

6. Olkoon $A = \exists y \neg (P(x) \leftrightarrow P(y))$ ja B kaava, joka saadaan A:sta korvaamalla x muuttujalla y. Onko B lauseen $\forall x A$ looginen seuraus?