

Logiikka I  
Harjoitus 5

1. Anna semanttinen todistus lauseille

(a)  $(\neg\neg B \vee A) \rightarrow (\neg A \rightarrow B)$

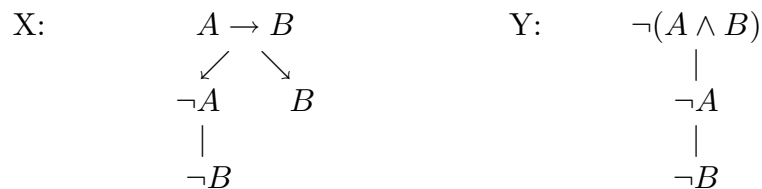
ja

(b)  $((A \vee B) \rightarrow C) \rightarrow ((A \rightarrow C) \wedge (B \rightarrow C)).$

2. Etsi semanttisen puun avulla totuusjakauma  $v$  niin että  $v(\neg((p_0 \wedge p_1) \rightarrow p_2) \rightarrow ((p_0 \rightarrow p_2) \wedge (p_1 \rightarrow p_2))) = 1.$

3. Shefferein viiva on kaksipaikkainen konnektiivi  $|$ , jolle  $v(A|B) = 0$  jos ja vain jos  $v(A) = v(B) = 1.$  Anna  $A|B$ :lle ja  $\neg(A|B)$ :lle säännöt semanttista puuta varten.

4. Opiskelijat X ja Y käyttivät seuraavia sääntöjä kokeessa:



Kumpikaan ei ollut muistanut oikeaa sääntöä mutta toinen oli muodostanut oman käyttäen oikeaa periaatetta kun taas toinen oli vain muistanut säännön aivan väärin. Kumpi sääntö käyttää oikeaa periaatetta?

5. Onko relaatio  $R$  refleksiivinen, symmetrinen tai transitiivinen kun

(a)  $R$  on luonnollisten lukujen joukon binäärinen relaatio jolla  $(x, y) \in R$  kun  $x$  jakaa  $y$ :n eli löytyy luonnollinen luku  $n$  jolla  $nx = y,$

(b)  $R$  on joukon  $\{0, 1, 2\}$  binäärinen relaatio  $\{(0, 0), (0, 1), (1, 1), (2, 2), (1, 0)\}$ ?

6. Etsi luonnollisten lukujen joukon binäärinen relaatio joka on

(a) transitiivinen, symmetrinen ja antirefleksiivinen,

(b) epätyhjä, symmetrinen ja jolla  $\mathbb{N}^2 - R$  on epätyhjä transitiivinen relaatio.