Logiikan paja, kevät 2011
Tehtävät viikolle XI

7. Kielennä viime viikon tehtävän neljä ratkaisu. Yritä omin sanoin, käyttämättä predikaattilogiikan terminologiaa, selittää mitä päättelyssä tapahtuu.

8. Kerro omin sanoin, mitä tarkoittaa predikaattilogiikan eheyslause ja miten se todistetaan (ei formaalia todistuststa, vaan sen idea).

9. Keksi mielestäsi erinoimainen tehtävä kurssin toisen välikokeen aiheesta ja ratkaise se.

Logiikka I

Harjoitus XI

1. Päättele luonnollisella päättelyllä lause $\exists y P_1(y)$ lauseista $\forall x(P_0(x) \to P_1(x))$ ja $\exists x P_0(x)$.

2. Päättele luonnollisella päättelyllä lause $\exists x P_0(x) \to \exists y P_1(y)$ lauseesta $\exists y \forall x(P_0(x) \to P_1(y))$. Vihje: Katso edellinen tehtävä.

3. Mitkä seuraavista päättelyistä ovat oikein? Mitä virheitä virheellisistä päättelyistä löytyy?

(a)

$$\cfrac{\cfrac{\cfrac{\forall x R(x,x)}{R(x,y)}\;\forall\mathrm{E}}{\exists y R(x,y)}\;\exists\mathrm{T}}{\forall x \exists y R(x,y)}\;\forall\mathrm{T}$$

(b)

$$\cfrac{\cfrac{\cfrac{\forall x R(x,x)}{R(x,x)}\;\forall\mathrm{E}}{\exists y R(x,y)}\;\exists\mathrm{T}}{\forall x \exists y R(x,y)}\;\forall\mathrm{T}$$

(c)

$$\cfrac{\cfrac{\forall x \exists y R(x,y)}{\exists y R(x,y)}\;\forall\mathrm{E} \qquad \cfrac{[R(x,y)]^1}{\exists x R(x,y)}\;\exists\mathrm{T}}{\exists x R(x,y)}\;\exists\mathrm{E},1$$

4. Päättele luonnollisella päättelyllä lause $\exists x P(x) \to \forall x P(x)$ lauseesta $\forall x \forall y(x = y)$. Vihje: Käytä identiteettiaksioomeja.

5. Voidaanko verkkojen teoriassa päätellä $\neg \forall x(xEx)$.

6. Voidaanko verkkojen teoriassa päätellä $\neg \forall x \neg(xEx)$.