

Logiikan paja, kevät 2011
Tehtäviä viikolle I
Thomas Vikberg

Merkitään propopositiosymboleilla p_i seuraavia atomilauseita:

- p_0 : vettä sataa
- p_1 : tänään on perjantai
- p_2 : olen myöhässä

Valitaan konnektiiveiksi

- \neg , negaatio
- \vee , disjunktio
- \wedge , konjunktio
- \rightarrow , implikaatio
- \leftrightarrow , ekvivalenssi

Kirjoita käyttäen propositiosymboleita, konnektiiveja ja sulkeita propositiologiikan lauseiksi:

1. A : vettä sataa ja tänään on perjantai
2. B : vettä sataa ja olen myöhässä
3. C : tänään on perjantai tai vettä sataa
4. D : vettä sataa tai tänään on perjantai
5. E : tänään ei ole perjantai
6. F : jos tänään on perjantai niin olen myöhässä
7. G : jos en ole myöhässä niin on perjantai
8. H : jos en ole myöhässä niin on perjantai tai vettä sataa

9. I : tänään on perjantai jos ja vain jos tänään on perjantai
10. J : Olen myöhässä tai en ole myöhässä
11. K : Vettä sataa ja ei sada vettä

Osoita ovatko seuraavat merkkijonot propositioliaseita

12. p_3
13. koiralla on nälkä
14. $x < 0$
15. $x + 10$
16. jos f on derivoituva niin se on jatkuva
17. $(p_0 \wedge p_1)$
18. $(p_0) \wedge (p_1)$

Oletetaan että L ja M ovat propositioliaseita. Ovatko seuraavat merkkijonot propositioliaseita? Perustele.

19. $(L \rightarrow M)$
20. $(L) \rightarrow (M)$
21. $(L \vee M)$
22. $\neg L$
23. $(\neg L)$

Jos totuusjakaumalla v , jolla $v(p_0) = v(p_2) = 1$ ja $v(p_1) = 0$, niin minkä arvon saa

24. $v(\neg p_0)$?

25. $v(p_0 \vee p_2)$?

26. $v(p_1 \rightarrow p_0)$?

27. $v(p_0 \leftrightarrow p_1)$?

Käyttäen totuustaulutekniikkaa tutki kaikkia mahdollisia totuusjakaumia seuraaville lauseille. Merkitse onko lause tautologia, ristiriita tai kontingentti.

28. p_0

29. $\neg p_0$

30. $(p_0 \wedge p_1)$

31. $(p_0 \vee p_1)$

32. $(p_1 \rightarrow p_2)$

33. $(p_0 \leftrightarrow p_2)$

34. A

35. C

36. D

37. I

38. J

39. K

40. $((A \vee B) \rightarrow \neg p_2) \wedge (D \vee \neg C)$

Merkitään kahta totuusjakaumaa v ja v' . Olkoot A_0, \dots, A_n propositiolauseita. Oletetaan että

$$v'(p_i) = \begin{cases} v(A_i), & i \leq n \\ v(p_i), & i > n. \end{cases}$$

41. Päteekö välttämättä $v'(p_0) = v(A_0)$?

42. Päteekö välttämättä $v'(p_n) = v(A_n)$?
43. Päteekö välttämättä $v'(p_{n-2}) = v(A_{n-2})$, jos $n > 2$?
44. Päteekö välttämättä $v'(p_{n+2}) = v(A_{n+2})$?
45. Päteekö välttämättä $v'(p_n) = v(p_n)$?
46. Päteekö välttämättä $v'(p_{n+2}) = v(p_{n+2})$?

Oletetaan lisäksi että mielivaltainen propositiolause \hat{B} on saatu korvaamalla lauseesta B propositiiosymboli p_i lauseella A_i , missä $i = 0, \dots, n$.

Päteekö $v'(B) = v(\hat{B})$ jos

47. $B = p_0$?
48. $B = p_n$?
49. $B = p_{n+2}$?
50. $B = p_i$?
51. $B = \neg C$ ja väite päteelle lauseelle C ?
52. $B = (C \wedge D)$ ja väite päteelle lauseille C ja D ?
53. $B = (C \vee D)$ ja väite päteelle lauseille C ja D ?
54. $B = (C \rightarrow D)$ ja väite päteelle lauseille C ja D ?
55. $B = (C \leftrightarrow D)$ ja väite päteelle lauseille C ja D ?
56. mielivaltaiselle lauseelle B ?
57. $B = (p_n \vee \neg p_n)$?
58. Jos B on tautologia ja \hat{B} on kuin B , mutta propositiiosymbolin p_i paikalla on A_i .
Onko \hat{B} tautologia?
59. Onko $(C \vee \neg C)$ tautologia?
60. Onko $(D \leftrightarrow \neg\neg D)$ tautologia?