

Lineaariset mallit, kl 2011, Harjoitus 6

Harjoitukset pidetään poikkeuksellisesti ma 9.5., klo 14-16 salissa C129

1. Jatkoa HT:lle 4.3 ja 5.1. Johda F -testi hypoteesille $H : \beta_1 = \beta_2$. (Vihje: Käytä F -testisuureen jälkimmäistä residuaalineliosummiin perustuvaa esitystä (ks. monisteen s. 19).

2. Tarkastellaan monisteen jakson 3.2 alun tilannetta (s. 19), jossa malliyhtälö on $Y_i = \beta_1 + \beta_2 x_{i2} + \dots + \beta_p x_{ip} + \varepsilon_i$, $i = 1, \dots, n$, ja testattava hypoteesi $H : \beta_2 = \dots = \beta_p = 0$. Osoita ensin, että $SSE = (1 - R^2) \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2$, jossa R^2 on selityaste ja SSE on residuaalineliosumma (ks. s. 10), ja tämän perusteelle edelleen, että F -testisuure edellä mainitulle hypoteesille voidaan kirjoittaa

$$F = \frac{(n - p) R^2}{(p - 1) (1 - R^2)}.$$

3. Jatkoa HT:lle 4.4 ja 5.2. Oletetaan, että hypoteesi $\mu_1 = \mu_2$ on tullut hylätyksi. Muodosta $100(1 - \alpha)\%$:n luottamusväli erotukselle $\mu_1 - \mu_2$.

4. Jatkoa HT:lle 4.3 ja 6.1. (i) Muodosta $100(1 - \alpha)\%$:n luottamusväli parametrivektorin β_1 lineaarikombinaatiolle $\mathbf{a}'\beta_1$ ($\mathbf{a} = [a_1 \dots a_p]'$ $\neq 0$). (ii) Tee sama olettaen, että $\beta_1 = \beta_2$.

5. Oletetaan, että tavanomaisessa lineaarisessa mallissa $\mathbf{Y} \sim \mathbf{N}(\mathbf{X}\beta, \sigma^2 \mathbf{I}_n)$ ($\beta \in \mathbb{R}^p$, $\sigma^2 > 0$, $r(\mathbf{X}) = p$) selittäjät ovat ortogonaalisia eli $\mathbf{X}'\mathbf{X}$ on diagonaalimatriisi. Johda parametrin β_j PNS-estimaatti, t -testisuure hypoteesille $H : \beta_j = 0$ ja $100(1 - \alpha)\%$:n luottamusväli parametrille β_j ($= \beta$:n j . komponentti). Miten nämä muuttuvat, jos mallista poistetaan joku selittäjästä x_k ($k \neq j$)?