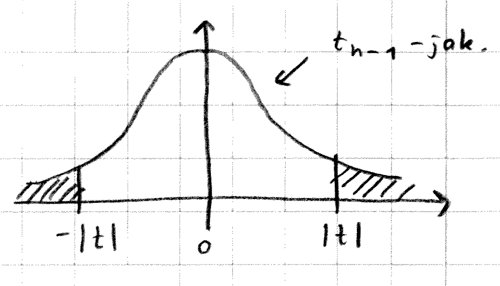
(2.) Ns. <u>kaksisuuntaisessa testausasetelmassa</u> hypoteesit ovat muotoa

$$\begin{cases} H_0 : \mu = \mu_0 \\ H_1 : \mu \neq \mu_0 \end{cases}$$

H_0:lle kriittisiä ja H_1:tä tukevia ovat nyt <u>sekä</u> t:n pienet (negatiiviset) <u>että</u> suuret (positiiviset) arvot. p-arvo lasketaan "molemmilta hänniltä":

$$p = P_{H_0}(|T| \geq |t|)$$
$$= 2\,P_{H_0}(T \geq |t|)$$
↑
symmetrian nojalla!



<u>Huom.</u> p-arvon tulkinnasta:

* p-arvon määritelmän todennäköisyyskäsite viittaa aineistoon, ei parametriin μ.

* p-arvo <u>ei</u> ole "tn sille, että H_0 pätee" <u>vaan</u> se on tn saada testisuureelle sellainen arvo (tai vielä poikkeavampi arvo) kuin nyt aineistosta on saatu, <u>olettaen että H_0 pätee</u>.

* Siispä: hyvin pieni p-arvo <u>ei</u> tarkoita, että H_0 on "hyvin epätodennäköinen" <u>vaan</u>, että on saatu sellainen aineisto, joka H_0:n pätiessä on hyvin epätodennäköinen!

<u>Huom.</u> Mikäli σ^2 on <u>tunnettu</u> luku, voidaan t-testisuureen sijasta käyttää testisuureena

$$z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}$$

jolloin p-arvot lasketaan $N(0,1)$-jakaumasta t_{n-1}-jakauman sijaan.
[Vrt. tilanne luottamusvälejä muodostettaessa jaksossa 6.]

<u>Esim.</u> Kuulalaakeritehtaassa kone valmistaa kuulia, joiden painon jakauma on normaalinen. Kone pyritään pitämään säädettynä siten, että keskipaino on 5.0 grammaa. 25 kuulan otoksessa havaittiin keskipainoksi 5.1 ja keskihajonnaksi 0.25 grammaa. Onko kone säädön tarpeessa?

<u>Ratk.</u> Olkoon painon jakauma $N(\mu, \sigma^2)$.

Nollahypoteesi

$$H_0 : \mu = 5.0 \qquad (\text{kone ok})$$

Vastahypoteesi

$$H_1 : \mu \neq 5.0$$

(<u>kaksisuuntainen</u>, koska poikkeamat kumpaankin suuntaan merkityksellisiä)

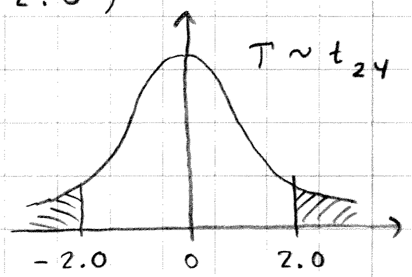
Aineistossa $(n = 25)$ on $\bar{x} = 5.1$, $s = 0.25$

Testisuureen arvo

$$t = \frac{\bar{x} - 5.0}{s/\sqrt{n}} = \frac{5.1 - 5.0}{0.25/\sqrt{25}} = 2.0$$

$\Rightarrow$

$$p = P(|T| \geq 2.0) = 2P(T \geq 2.0)$$



Taulukko $\Rightarrow$ $P(T \geq 2.064) \approx 0.025$,

joten p on (hieman) suurempi kuin $2 \cdot 0.025 = 0.05$

Voitaneen todeta, että aineisto todistaa lievästi H_0:aa vastaan ja H_1:n puolesta mutta (ainakaan tavanomaisilla merkitsevyystasoilla, esim. 0.05, toimittaessa) H_0:aa ei voida hylätä.

<u>χ^2-testi normaalijakauman varianssille</u>

EI KÄSITELTY V. 2011 KURSSILLA

Mallina edelleen $X_1, \ldots, X_n \sim N(\mu, \sigma^2)$ $\perp\!\!\!\perp$

(sekä μ että σ^2 tuntemattomia parametreja)

Testattava hypoteeseja:

$(\sigma_0 > 0$ annettu luku$)$

$$\boxed{\begin{array}{l} H_0 : \sigma = \sigma_0 \quad (\text{tai } \sigma \leq \sigma_0) \\ H_1 : \sigma > \sigma_0 \end{array}}$$

Muista:
$$s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2$$

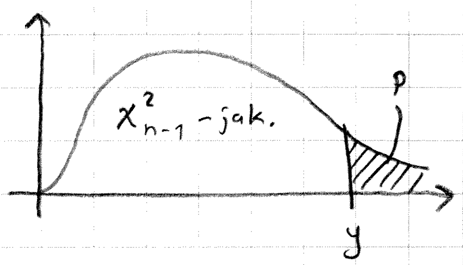
Testisuureena käytetään

$$y = (n-1)\frac{s^2}{\sigma_0^2} = \frac{1}{\sigma_0^2} \sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2$$

<u>Tieto</u> (ks. s. 16 ja [Tuominen, TN I, Esim. 3.7.9]): vastaavalle sm:lle Y pätee $Y \sim \chi^2_{n-1}$ (<u>khii-toiseen-jakauma</u>, $n-1$ <u>vapausastetta</u>), <u>kun H_0 pätee</u>.

Lisäksi: H_0:lle kriittisiä ja H_1:tä tukevia ovat suuret y:n arvot (jolloin s^2 suuri verrattuna σ_0^2:een). Siten p-arvo on χ^2_{n-1}-jakauman "oikea häntä"

$$p = P_{H_0}(Y \geq y)$$



Tämän tulkinta kuten t-testissä.

<u>Esim.</u> (Jatkoa edell. sivun esimerkkiin.)
Koneelle asetettaviin vaatimuksiin kuuluu lisäksi, että kuulien painon keskihajonta on korkeintaan 0.18 grammaa. Onko kone tältä osin säädön tarpeessa?

<u>Ratk.</u> Testattava hypoteeseja $H_0: \sigma \leq 0.18$ (kone ok) vastaan $H_1: \sigma > 0.18$ (liikaa hajontaa).

χ^2-testisuureen arvoksi saadaan

$$y = (n-1)\frac{s^2}{0.18^2} = 24 \cdot \frac{0.25^2}{0.18^2} \approx 46.3$$

Taulukko $\Rightarrow$ sm:lle $Y \sim \chi^2_{24}$ pätee $P(Y \geq 45.6) \approx 0.005$, joten nyt saatu p-arvo on

$$p = P(Y \geq 46.3) < 0.005.$$

Näyttää selvältä, että kone on säädön tarpeessa! (Jos H_0 olisi totta, näin suuri testisuureen arvo saataisiin harvemmin kuin 5 kertaa tuhannesta.)

ALKU-OSAN LOPPU