

Henkivakuutusmatematiikan jatkokurssin harjoitus 2, 14.2.2011

1. Olkoon vakuutetun tilaa kuvaavan Markov-prosessin $\{Z(t) | t \geq 0\}$ tila-avaruus $E = \{1, 2, 3\}$. Olkoot intensiteetit μ_{12}, μ_{13} ja μ_{23} positiivisia funktioita ja muut identtisesti nolliä. Tilojen tulkinnat ovat 1 = aktiivi, 2 = työkyvytön ja 3 = kuollut.

Vakuutettu on hetkellä nolla tilassa 1 ja vakuutus aika on n vuotta. Vakuutetun ikä on huomioitu siirtymäintensiteeteissä. Korvauksena maksetaan summa $S_{12}(t)$, jos vakuutettu siirtyy hetkellä t tilasta 1 tilaan 2 ja summa $S_{23}(t)$, jos vakuutettu siirtyy hetkellä t tilasta 2 tilaan 3. Vakuutus on kertamaksuinen. Korkoutuvuus δ sekä S_{12} ja S_{23} ovat jatkuvia funktioita. Olkoon $D(t) = \int_0^t \delta(s) ds$, $t \geq 0$, ja $P_{jk}(t, u) = \mathbb{P}(Z(u) = k | Z(t) = j)$, $j, k \in S$, $0 \leq t < u \leq n$.

Olkoon $N_{jk}(t)$ tilasta j tilaan k siirtymisten lukumäärä välillä $[0, t]$, Λ_{jk} prosessin N_{jk} kompensattori ja $M_{jk} = N_{jk} - \Lambda_{jk}$. Esitä korvausten nykyarvo prosessien N_{jk} avulla.

2. (jatkoa) Määrää vakuutuksen nettokertamaksi P .

3. (jatkoa) Määrää $\langle M_{12} \rangle$ ja $\langle M_{23} \rangle$.

4. (jatkoa) Määrää $\langle M_{12}, M_{23} \rangle$.

5. (jatkoa) Olkoon $V_j(t)$ vakuutuksen vastuuvélka tilassa j hetkellä t . Esitä Thielen yhtälöt vastuuvélloille V_1 ja V_2 .