

Differentialekvationer I

Räkneövning 5

24.2. 2011

1. Sök ett fundamentalsystem av lösningar till differentialekvationerna

$$y'' + 5y' + 6y = 0 \quad \text{och} \quad y'' - 2y' + y = 0.$$

2. Lös randvärdesproblemet

$$y'' + 4y = 0, \quad y(0) = 1, y(\pi/4) = -1.$$

3. Lös den nonhomogena differentialekvationen

$$y'' + 2y' + y = x$$

genom (i) att variera konstanterna, (ii) metoden med obestämda koefficienter (dvs. gissning).

4. Lös initialvärdesproblemet

$$y'' + 4y' + 4y = \sin x, \quad y(0) = 0, y'(0) = 1.$$

Tips: gör försöket $y(x) = A \sin x + B \cos x$ för en lösning till den nonhomogena ekvationen.

5. Lös differentialekvationen

$$x^2 y'' + 2xy' - 2y = 2x - 1, \quad x > 0.$$

Kom ihåg: motsvarande homogena differentialekvation löstes i övning 4:6.

6. Låt $I = (a, b)$ och anta att funktionerna $y_1, y_2 \in C^2(I)$ får ett lokalt extremvärde i en gemensam punkt $x_0 \in I$. Visa att $\{y_1, y_2\}$ inte bildar ett fundamentalsystem av lösningar till någon differentialekvation $y'' + p(x)y' + q(x)y = 0$. Tips: betrakta Wronskis determinant $W(y_1, y_2)(x_0)$.

Kursprovet måndag 28.2 kl 13-15 (samtidigt kursprov i kursen *Geometri*). Alternativt provtillfälle vid behov (tag kontakt). *Provområdet*: kompendiet sidorna 1 - 56, men **inte** kapitel 2.2.3 och 2.3 (sidorna 31 - 38).

Differentiaaliyhtälöt I
Harjoitus 5
24.2. 2011

1. Etsi ratkaisujen perusjärjestelmä seuraaville differentiaaliyhtälöille:

$$y'' + 5y' + 6y = 0 \quad \text{och} \quad y'' - 2y' + y = 0.$$

2. Ratkaise reuna-arvot tehtävä

$$y'' + 4y = 0, \quad y(0) = 1, y(\pi/4) = -1.$$

3. Ratkaise epähomogeeninen differentiaaliyhtälö

$$y'' + 2y' + y = x$$

(i) vakion varioimisella, (ii) määräämättömien kertoimien avulla (eli arvauksella).

4. Ratkaise alkuarvo-ongelma

$$y'' + 4y' + 4y = \sin x, \quad y(0) = 0, y'(0) = 1.$$

Vihje: yritys $y(x) = A \sin x + B \cos x$ epähomogeenisen yhtälön ratkaisemiseksi.

5. Ratkaise differentiaaliyhtälö

$$x^2 y'' + 2xy' - 2y = 2x - 1, \quad x > 0.$$

Muista: vastaava homogeeninen yhtälö ratkaistiin HT:ssa 4:6.

6. Olkoon $I = (a, b)$ ja oletta että funktiot $y_1, y_2 \in C^2(I)$ saavat lokaalin ääriarvon yhteisessä pisteessä $x_0 \in I$. Näytä, ettei $\{y_1, y_2\}$ ole perusjärjestelmä millekään differentiaaliyhtälölle $y'' + p(x)y' + q(x)y = 0$. Vihje: tutki Wronskin determinanttia $W(y_1, y_2)(x_0)$.

Kurssikoe maanantaina 28.2 klo 13-15 (samalla kurssin *Geometria* kurssikoe). Myös vaihtoehtoinen koetilaisuus tarvittaessa (ota yhteys luennoijaan). *Koelue*: monisteen sivut 1 - 56, **poislukien** luvut 2.2.3 ja 2.3 (sivut 31 - 38).