

MATEMATIIKAN JA TILASTOTIETEEN LAITOS

Analyysi II

Ohjaus 6

14 . 3. 2011 alkavalle viikolle

1. Oletetaan, että (a_n) ja (b_n) ovat lukujonoja ja, että $a_n \rightarrow a$ ja $b_n \rightarrow b$ kun $n \rightarrow \infty$. Palauta mieleesi, mistä tiedetään, että $ca_n + db_n \rightarrow ca + db$ kun $n \rightarrow \infty$. (Tässä c ja d ovat reaalilukuja.)

2. Oletetaan, että sarjat $\sum_{k=1}^{\infty} x_n$ ja $\sum_{k=1}^{\infty} y_n$ suppenevat. Osoita edellisen tehtävän avulla tarkasti, että sarja $\sum_{k=1}^{\infty} (cx_n + dy_n)$ suppenee, ja että

$$\sum_{k=1}^{\infty} (cx_n + dy_n) = c \sum_{k=1}^{\infty} x_n + d \sum_{k=1}^{\infty} y_n.$$

(Tässä c ja d ovat reaalilukuja.) Vihje: mieti osasummien jonoja!

3. Suppeneeko

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{k^2 + 1}{k^4 + 1}?$$

4. Oletetaan, että a_1, a_2, a_3, \dots on lukujono. Onko välttämättä olemassa sarja

$$\sum_{k=1}^{\infty} x_k,$$

jonka osasummat ovat $S_1 = a_1, S_2 = a_2, S_3 = a_3, \dots$