

MATEMATIIKAN JA TILASTOTIETEEN LAITOS

Analyysi II

Harjoitus 9

4. 4. 2011 alkavalle viikolle

1. Anna esimerkki potenssisarjasta  $\sum_{k=0}^{\infty} a_k(x-3)^k$  jonka suppenemissäde on 7. Vihje: tutkaile geometrisia sarjoja.

2. Millä  $x$  sarja  $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k}{k}(x-4)^k$  suppenee? Vihje: tutki sivun 91 esimerkkiä 1.3.

3. Millä  $x$  sarja  $\sum_{k=0}^{\infty} (-k)^{2011}(x-5)^k$  suppenee? Vihje: sivun 94 lause 1.8; tarkastele suppenemisvälin päätepisteitä erikseen.

4. Määritä sarjojen  $\sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{k+1}{k}\right)^{k^2}(x-6)^k$  ja  $\sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{k}{k+1}\right)^{k^2}(x-7)^k$  suppenemissäteet ja suppenemisvälit. Vihje: sivun 94 lause 1.8.

5. Tarkastellaan potenssisarjaa  $\sum_{k=0}^{\infty} a_k(x-8)^k$ , missä kertoimet  $a_k$  määritellään seuraavasti:  $a_0 = 1$  ja

$$a_{k+1} = \left(1 - \frac{1}{k+2}\right)^k a_k$$

kaikilla  $k = 0, 1, 2, \dots$ . Määritä sarjan suppenemissäde ja suppenemisväli. (Vihje: lause 1.8 sivulla 94.)

6. Tutkitaan monisteen sivua 88: Muodosta äärellinen summa (ei täydä sieventää), jonka arvo on rationaaliluku  $q$ , jolle pätee  $|e - q| < 10^{-15}$ . (Laskinta saa käyttää apuna kertomalausekkeiden tarkastelussa.)