

MATEMATIIKAN JA TILASTOTIETEEN LAITOS

Analyysi II

Harjoitus 2

31 . 1. 2011 alkavalle viikolle

Muista, että näidenkin harjoitustehtävien tekoon voi kysyä vihjeitä mm. analyysin kurssin moodlessa, minne on linkki kurssin kotisivulla!

1. Selvitä Riemann-integraalin määritelmän perusteella (ts. osoita integroituvuus ja määritä integraalin arvo)

$$\int_0^1 7x \, dx.$$

2. Laske

$$\int_0^{\pi/3} e^x \sin x \, dx.$$

Vihje: soveltamalla osittaisintegrointia kahdesti voit saada yhtälön, josta ratkaisemalla saat selville kysytyn integraalin.

3. Laske

$$\int_0^1 \sqrt{1+x^2} \, dx$$

sijoituksella $x = \sinh t$. (Tutki syksyn monisteen sivua 83.)

4. Selvitä Riemann-integraalin määritelmän perusteella

$$\int_0^1 e^x \, dx.$$

Vihjeitä: Käytä tasavälistä jakoa. Sovella geometrisen jonon summakaavaa. Huomaa, että

$$\frac{1 - e^{\frac{1}{n}}}{\frac{1}{n}} \rightarrow -1$$

kun $n \rightarrow \infty$ (koska kyseessä erotusosamäärän vastaluku).

5. Tutkitaan funktiota $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ missä $f(x) = e^{x^2}$. Anna esimerkki jaosta D , jolla $S_D - s_D < 10^{-100}$. Vihje: tarkastele tasavälistä jakoja. Kannattaa muistella luentoja tai katsoa monisteen esimerkkiä 2.8. (Tehtävässä on siis kyse tutkittavan funktion kasvavuudesta ja arvoista välin päätepisteissä.)

6. Tarkastellaan funktiota $f : [0, 100] \rightarrow \mathbb{R}$ missä $f(x) = e^{\cos x}$. Anna esimerkki jaosta D , jolla $S_D - s_D < 10^{-10000}$. Voit esimerkiksi käyttää väliarvolauseetta ja tietoa, että tutkittavan funktion derivaatta on rajoitettu.