INSTITUTIONEN FÖR MATEMATIK OCH STATISTIK
Analys II
Handledning 8
För veckan som börjar 28. 3. 2011

1. Vi undersöker funktionen $f_n(x) = x^n$ i intervallet $]0,1[$.
Hur kan vi motivera att för alla $x \in]0,1[$ gäller att $f_n(x) \to 0$ när $n \to \infty$? (Tips: Bernoullis olikhet)

2. Vi definierar funktionerna $f_n\colon]0,1[\to \mathbb{R}$ med $f_n(x) = \frac{1}{n}\sin(n^2 x)$ när $n = 1, 2, \dots$ Skissera bilden. Konvergerar följden $f_1, f_2, \dots$ punktvis? Konvergerar den likformigt?

3. Beräkna
$$\lim_{n\to\infty} \int_0^1 \sqrt{x^2 + \frac{5}{x^3 + n^4}}\, dx.$$
Använd likformig konvergens (kontrollera!)

4. Vi definierar funktionerna $f_n\colon [0,1] \to \mathbb{R}$ med villkoren $f_n(x) = 0$ när $x \le \frac{1}{n+2}$ och när $x \ge \frac{1}{n}$. I intervallen $[\frac{1}{n+2}, \frac{1}{n+1}]$ och $[\frac{1}{n+1}, \frac{1}{n}]$ är funktionens graf en (i det första intervallet växande och i det andra avtagande) rät linje. Till slut vet vi att $f_n(\frac{1}{n+1}) = n$. Rita en bild!

Konvergerar följden punktvis mot någon funktion f? Är alla f_n och f kontinuerliga? Är konvergensen likformig?