

INSTITUTIONEN FÖR MATEMATIK OCH STATISTIK

Analys II

Handledning 4

För veckan som börjar 14.2.2011

1. Bestäm alla primitiva funktioner till funktionen $f: [0, 2] \rightarrow \mathbb{R}$, där $f(x) = 0$ när $0 \leq x \leq 1$ och $f(x) = x - 1$ när $1 < x \leq 2$. (Primitiva funktionen är en funktion vars derivata är uppgiftens funktion.)

2. Vi betraktar funktionen $f: [0, 2] \rightarrow \mathbb{R}$, för vilken $f(x) = 0$ när $x \neq 1$ och $f(1) = 3$.

(a) Är f Riemannintegrerbar?

(b) Har funktionen f en primitiv funktion?

(Här kan du använda informationen att derivatan inte kan ha sk. "hopp-punkter". Kommer du ihåg hur en sådan egenskap motiveras?)

Vi betraktar funktionen $g: [0, 2] \rightarrow \mathbb{R}$, för vilken $g(x) = x^2 \sin(\frac{1}{x^2})$ när $x \neq 0$ och $g(0) = 0$.

(c) Är g deriverbar?

(d) Är g' Riemannintegrerbar?

3. Bekanta dig med beviset för sats 4.11 (s. 13) med hjälp av följande exempel. Vi antar att $f: [0, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ är kontinuerlig, att $f(x) \geq 0$ för alla $x \in [0, 2]$ och $f(1) > 0$. Visa att

$$\int_0^2 f(x) dx > 0.$$

Meningen är alltså att göra som i beviset för sats 4.11. Kan du presentera sats 4.11 som en följd av detta resultat (och alltså kompendiets följsats 4.12)?

4. Visa att funktionen $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ är likformigt kontinuerlig, om $f(x) = \sqrt[17]{x}$ för alla x .

Extra uppgift:

5. Bestäm arean av området som begränsas av x-axeln, en sträcka mellan origo och punkten $(\cosh t, \sinh t)$ på hyperbeln $x^2 - y^2 = 1$, samt hyperbelns båge från punkten $(\cosh t, \sinh t)$ till punkten $(1, 0)$.