

1. Osoita, että ratkeavan ryhmän aliryhmät ovat ratkeavia.
2. Osoita, että ratkeavan ryhmän tekijäryhmät ovat ratkeavia (eli jos $N \trianglelefteq G$ ja G on ratkeava, niin $H = G/N$ on ratkeava).
3. (a) Olkoon G ryhmä ja N sen normaali aliryhmä. Osoita, että G on ratkeava, jos N ja G/N ovat ratkeavia.
(b) Oletetaan, että G :llä on normaali jono, jonka kaikki tekijät ovat ratkeavia. Osoita, että G on ratkeava.
4. Osoita, että äärellinen ryhmä on ratkeava, jos ja vain jos sillä on normaali jono, jonka tekijät ovat jaotonta kertalukua olevia syklisiä ryhmiä.
5. (a) Olkoon G ryhmä ja $Z(G)$ sen keskus. Osoita, että jos tekijäryhmä $G/Z(G)$ on syklinen, niin G on vaihdannainen.
(b) Olkoon p alkuluku. Osoita, että jokainen ryhmä, jonka kertaluku on p^2 , on vaihdannainen.
Vihje: Käytä tietoa, että p -ryhmän keskus on epätriviaali.
- *6. Etsi kaikki ryhmät, joissa on täsmälleen 10 alkiota.

*:lla merkityt tehtävät ovat palautettaviksi kelpaavia (tarkempaa tietoa palautettavista tehtävistä kurssin kotisivulla).