

Topologia I
Harjoitus 7, kevät 2010

1. (7:2) Tutki seuraavista joukoista $A \subset \bar{B}^2 = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 1\}$, mitkä niistä ovat avoimia avaruudessa \bar{B}^2 :

$$(a) A = \{(x, y) \in \bar{B}^2 \mid xy > 0\}, \quad (b) A = \{(x, y) \in \bar{B}^2 \mid x \geq 0\}.$$

2. (7:3 osa) Muodosta seuraavien joukkojen $A \subset B^2 = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 \mid x^2 + y^2 < 1\}$ sulkeumat avaruudessa B^2 :

$$(a) A = \{(x, 0) \in B^2 \mid -1 < x < 1\}, \quad (b) A = \{(x, y) \in B^2 \mid x + y > 0\}.$$

Mitkä A :t ovat suljettuja B^2 :ssa?

3. Anna joukkojen

$$A = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 \mid x \geq 1\} \quad \text{ja} \quad B = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 \mid x < 1\}$$

sisä-, ulko- ja reunapisteet avaruudessa \mathbf{R}^2 . Matemaattinen perustelu.

Ohje. Ehkä ensin joukon ja sen komplementin sulkeumat.

4. (8:2, 8:3) Olkoon

$$A = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 \mid xy \geq 0, x \geq 0, |y| < 1\}.$$

Määritä joukot $\text{int}A$, ∂A ja \bar{A} avaruudessa

$$(a) X = \mathbf{R}^2, \quad (b) Y = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 \mid xy \geq 0\}.$$

Yksityiskohtaista matemaattista perustelua ei tarvita, vaan voit ratkaisussasi näyttää sopiviin kuviin.

5. (7:7) Olkoon $A, B \subset X$ ja $\bar{A} \cap B = A \cap \bar{B} = \emptyset$. Osoita, että A ja B ovat avoimia ja suljettuja joukkoja avaruudessa $A \cup B$, tämä varustettuna luonnollisesti X :stä indusoidulla metriikalla. Täytyykö niiden olla avoimia tai suljettuja joukkoja avaruudessa X ?

Huom. Korvaava ensimmäinen kurssikoe on ma 15.3. klo 16-18 salissa A111. Sen alue on Väisälän luvut 0-6. Viimeisenä lukuna siis Suljetut joukot ja sulkeuma. Kokeissahan saa olla mukana yhden A4-arkin kokoinen tiivistelmä.