Tariffiteorian laskuharjoitus 7, 6.5.2010

1. Yhtiö soveltaa vakuutuksiinsa bonusjärjestelmää, jossa on I luokkaa ja bonusskaala on $b_1, \ldots, b_I$. Bonussäännöstön mukaan vakuutettu siirtyy vahingottoman vuoden jälkeen yhden luokan ylöspäin, mikäli mahdollista, ja muuten yhden luokan alaspäin, mikäli mahdollista. Tarkastellaan vakuutettua, jonka vuotuiset kokonaisvahinkomäärät ovat riippumattomia yhdistettyä Poisson-jakaumaa noudattavia satunnaismuuttujia. Poisson-parametri olkoon v ja vahingon suuruus tasan jakautunut välille $(0, 1)$.

Olkoon ν_i kokonaiskustannusten diskontattu odotusarvo, kun vakuutettu ilmoittaa vain kynnystä y_j suuremmat vahingot, $i, j = 1, \ldots, I$. Esitä yhtälöryhmä kustannusten ν_i ratkaisemiseksi sekä välttämättömät ehdot kynnysvektoreiden optimaalisuudelle, kun diskonttaustekijä on $\beta \in (0, 1)$. Optimointi perustetaan vuoden alussa sattuvan vahingon ilmoittamiseen.

2. (jatkoa) Oletetaan, että $I = 2$. Osoita, että optimaalislle kynnyksille pätee

$$y_1 e^{-vy_1} = y_2 e^{-vy_2}.$$

3. (jatkoa) Osoita, että optimaalisille kynnyksille ja kustannuksille pätee

$$\nu_1 = \frac{E_1 - y_1}{1 - \beta} \quad \text{ja} \quad \nu_2 = E_2 - y_2 + \beta \nu_1,$$

missä E_i on yhden vuoden diskonttaamaton kustannus luokassa i kynnyksillä y_1 ja y_2, $i = 1, 2$.

4. (jatkoa) Oletetaan lisäksi, että $v < 1$ ja $\beta(b_1 - b_2) < 1$. Osoita, että yhtälöllä

$$ye^{-vy} = \beta e^{-v}(b_1 - b_2)$$

on yksikäsitteinen ratkaisu välillä $[0, 1]$. Olkoon tämä $y = y^*$. Osoita, että optimaaliset kynnykset ovat $y_1 = y_2 = y^*$ ja että näitä vastaavat kustannukset ovat

$$\nu_1^* = \frac{b_1 + \frac{vy^{*2}}{2} - y^*}{1 - \beta} \quad \text{ja} \quad \nu_2^* = \frac{(1 - \beta)b_2 + \beta b_1 + \frac{vy^{*2}}{2} - y^*}{1 - \beta}.$$

5. (jatkoa) Määrää (likimääräisesti) optimaaliset kynnykset ja kustannukset, kun

$$v = 0.4, \quad b_1 = 0.25, \quad b_2 = 0.15, \quad \text{ja} \quad \beta = 0.9.$$