

Tariffiteorian laskuharjoitus 5, 22.4.2010

1. Olkoon yhtiön vuoden n kokonaisvahinkomäärä $X_n, n = 1, 2, \dots$. Vakuutusmaksut määrätään käyttäen eksponentiaalista tasoitusta tasoitusparametrilla $\alpha \in (0, 1)$. Oletetaan, että $\mathbb{E}(X_{2i}) = \mu_1$ ja $\mathbb{E}(X_{2i+1}) = \mu_2$, kun $i = 1, 2, \dots$. Olkoon vuoden n vakuutusmaksu P_n ja ensimmäisen vuoden vakuutusmaksu $P_1 = \mu$. Määrää

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \mathbb{E}(P_{2n} + P_{2n+1}).$$

2. Määräytykseen yhtiön vakuutusmaksut eksponentiaalisen tasoituksen periaatteella tasoitusparametrilla $\alpha \in (0, 1)$. Oletetaan, että vahinkomäärät X_n ovat tyyppiä

$$X_n = (1+r)^n \xi_n, n = 1, 2, \dots,$$

missä $r > 0$ on vakio ja $\mathbb{E}(\xi_n) = \mu \in (0, \infty)$, $n = 1, 2, \dots$. Määrää raja-arvo

$$\lim_{n \rightarrow \infty} [\mathbb{E}(P_n)/\mathbb{E}(X_n)].$$

Totea, että $\mathbb{E}(P_n) < \mathbb{E}(X_n)$, kun n on riittävän suuri.

3. (jatkoa) Olkoon

$$Y_n = \sum_{i=1}^n (P_i - X_i)$$

kumulatiivinen ylijäämä. Oletetaan, että $P_1 = \mu$. Määrää raja-arvo

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \mathbb{E}(Y_n)/(1+r)^n.$$

4. Olkoon yhtiön vuoden n kokonaisvahinkomäärä $X_n, n = 1, 2, \dots$. Vakuutusmaksut määrätään käyttäen eksponentiaalista tasoitusta tasoitusparametrilla $\alpha \in (0, 1)$. Oletetaan, että $\mathbb{E}(X_i) = \mu_1$, kun $i = 1, \dots, N$ ja $\mathbb{E}(X_i) = \mu_2$, kun $i > N$, missä $N \geq 1$ on kiinteä. Olkoon ensimmäisen vuoden vakuutusmaksu $P_1 = \mu_1$ ja vuoden n vakuutusmaksu $P_n, n = 2, 3, \dots$. Olkoon edelleen kumulatiivinen ylijäämä

$$Y_n = (P_1 - X_1) + \dots + (P_n - X_n).$$

a) Määrää odotusarvon $\mathbb{E}(P_n)$ raja-arvo, kun n lähestyy ääretöntä.

b) Määrää odotusarvon $\mathbb{E}(Y_n)$ raja-arvo, kun n lähestyy ääretöntä.

5. Määräytykseen yhtiön vakuutusmaksut eksponentiaalisen tasoituksen periaatteella tasoitusparametrilla $\alpha \in (0, 1)$. Oletetaan, että vahinkomäärät ovat tasaisesti rajoitettuja ts. $\mathbb{P}(0 \leq X_n < M) = 1$ erälle vakiolle M ($n = 1, 2, \dots$). Todista, että myös kumulatiiviset ylijäämät ovat tasaisesti rajoitettuja ts. että on olemassa vakio M' , jolle

$$\mathbb{P}(-M' < Y_n < M') = 1 \quad (n = 1, 2, \dots).$$