Tariffiteorian laskuharjoitus 3, 8.4.2010

1. Määrää riskikollektiivin credibility-kerroin degeneroituneessa tapauksessa, missä

$$\mathbb{P}(\vartheta = v_0) = 1$$

eräälle $v_0 \in \mathbb{R}$. Perustele tuloksen mielekkyyttä.

2. Olkoon riskikollektiivissa rakennemuuttujan ϑ jakauma

$$\mathbb{P}(\vartheta = 1) = 0.5, \quad \mathbb{P}(\vartheta = 2) = 0.5.$$

Oletetaan, että vakuutetun vuotuisen kokonaisvahinkomäärän ehdollinen jakauma ehdolla $\vartheta = v$ on Poisson-jakauma parametrilla v. Yhtiö määrää vuoden kaksi vakuutusmaksun ehdollisena odotusarvona

$$P = \mathbb{E}(\mu(\vartheta)|X_1)$$

missä X_1 on vakuutetun ensimmäisen vuoden kokonaisvahinkomäärä ja

$$\mu(v) = \mathbb{E}(X_1|\vartheta = v).$$

Eräällä vakuutetulla $X_1 = 2$. Määrää vuoden 2 vakuutusmaksu.

3. Olkoon riskikollektiivi kuten tehtävässä 2. Yhtiö määrää vuoden kaksi vakuutusmaksun credibility-kaavan mukaisesti vuoden 1 havainnon perusteella. Erään vakuutetun ensimmäisen vuoden kokonaisvahinkomäärä oli $X_1 = 2$. Määrää vuoden 2 vakuutusmaksu.

4. Oletetaan, että riskikollektiivissa kunkin kohteen vuotuinen kokonaisvahinkomäärä noudattaa yhdistettyä Poisson-jakaumaa siten, että Poisson-parametri ($= \lambda$) on sama kaikille kohteille. Olkoon Z ei-negatiivinen satunnaismuuttuja, jonka momentit $a_1 = \mathbb{E}(Z)$ ja $a_2 = \mathbb{E}(Z^2)$ ovat äärellisiä. Yksittäisen vahingon suuruus vaihtelee riskikollektiivissa siten, että riskiparametrin ϑ arvoa v vastaava yksittäisen vahingon suuruusjakauma on sama kuin muuttujan vZ jakauma. Oletetaan, että $\mathbb{P}(\vartheta > 0) = 1$. Olkoot $\mu_\vartheta = \mathbb{E}(\vartheta)$ ja $\sigma_\vartheta^2 = \mathrm{Var}\,(\vartheta)$ äärellisiä. Yhtiö käyttää vakuutusmaksuna kahden edellisen vuoden havaittuihin kokonaisvahinkomääriin perustuvaa credibility-maksua. Määrää credibility-kerroin parametrien λ, μ_ϑ, σ_ϑ, a_1 ja a_2 avulla.

5. Oletetaan, että riskikollektiivissa kunkin vakuutetun vuotuinen vahinkomäärä noudattaa yhdistettyä Poisson-jakaumaa siten, että yksittäisen vahingon suuruuden Z jakauma on sama kaikilla vakuutetuilla. Poisson-parametri vaihtelee siten, että riskiparametrin ϑ arvoa v vastaava Poisson-parametri on λv ($\lambda > 0, \mathbb{P}(\vartheta > 0) = 1$). Oletetaan, että vuodelta 1 on käytettävissä vakuutetuittain vahinkojen lukumäärä K_1. Olkoon $\mathbb{E}(Z) = a_1$, $\mathbb{E}(\vartheta) = 1$ ja $\mathrm{Var}\,(\vartheta) = \sigma_\vartheta^2$. Merkitään

$$\mu(\vartheta) = \mathbb{E}(X_1|\vartheta),$$

missä X_1 on vakuutetun ensimmäisen vuoden kokonaisvahinkomäärä. Määrää vakiot a ja b parametrien a_1, λ ja σ_ϑ avulla siten, että keskineliöpoikkeama

$$\mathbb{E}\left\{[\mu(\vartheta) - (a + bK_1)]^2\right\}$$

minimoituu.