Tariffiteorian laskuharjoitus 2, 25.3.2010

1. Todista lauseen 4.2 todistuksessa esiintyvä suureiden Δ_{r+1} ja Δ_r välinen yhteys (4.2).

2. Erään vakuutuslajin kahdesta tariffitekijästä estimoidut 'hyvien' ja 'huonojen' kohteiden odotusarvovektorit ovat

$$\hat{\mu}_1 = (4.260 \;\; 1.326)^T$$

ja

$$\hat{\mu}_2 = (1.462 \;\; 0.246)^T$$

sekä kovarianssimatriisit $\hat{C}_1 = \hat{C}_2 = (\hat{c}_{pq})$, missä $\hat{c}_{11} = 0.125, \hat{c}_{12} = \hat{c}_{21} = 0.040$ ja $\hat{c}_{22} = 0.025$. Kumassakin luokassa on 50 havaintoa. Testaa erotteluanalyysiin nojautuen, voidaanko odotusarvoja 1.326 ja 0.246 vastaava tariffitekijä poistaa nojautuen tariffitekijävektoreiden multinormaalisuusolettamukseen ja kriittiseen rajaan $F_{0.05}(1, 97) = 3.9$.

3. Olkoon perusluokkien $i = 1, \ldots, 5$ havaitut vahinkosuhteet x_i 1, 5, 4, 2 ja 5 sekä volyymit g_i 10, 50, 310, 30 ja 100 vastaavasti. Määrää minimivarianssimentelmällä tariffiluokat, kun informaation menetys saa olla korkeintaan 5 prosenttia.

4. Erään vakuutuslajin hinnoittelu perustuu kahteen tariffitekijään A ja B. Taustaoletuksena on, että yksittäisessä tariffitekijöiden arvojen määräämässä solussa jokaisen vakuutetun vahinkojen lukumäärä noudattaa samaa Poisson-jakaumaa. Kokonaisvahinkomäärät noudattavat yhdistettyä Poisson-jakaumaa siten, että yksittäisen vahingon suuruuden odotusarvo on sama kaikilla kannan vakuutetuilla. Lisäksi vakuutettujen vahingot ovat toisistaan kaikilta osin riippumattomia. Riskimaksujen määräämisessä muodostetaan ensin estimaatit vahinkojen lukumäärien odotusarvoille nojautuen summamalliin. Kummallakin tariffitekijällä on kaksi arvoa. Havainnot ovat seuraavan taulukon mukaiset.

	$B = 1$	$B = 2$
$A = 1$	$n_{11} = 1\,000$ $k_{11} = 200$ $s_{11} = 1\,000$	$n_{12} = 300$ $k_{12} = 100$ $s_{12} = 500$
$A = 2$	$n_{21} = 700$ $k_{21} = 300$ $s_{21} = 1\,000$	$n_{22} = 600$ $k_{22} = 400$ $s_{22} = 1\,500$

Taulukossa n_{ij} on vakuutettujen lukumäärä, k_{ij} vahinkojen lukumäärä ja s_{ij} kokonaisvahinkomäärä solussa $(A, B) = (i, j)$.

Estimoi vahinkojen lukumäärien odotusarvot per vakuutettu käyttäen pienimmän neliösumman menetelmää ja tee tulokseen perustuva ehdotus riskimaksuiksi.

5. (jatkoa) Oletetaan lisäksi, että yksittäiset vahingot ovat eksponenttijakautuneita parametrilla μ. Estimoi edellisen tehtävän aineistosta yksittäisen vahingon suuruuden odotusarvo nojautuen suurimman uskottavuuden menetelmään ja laadi tulosten avulla estimaatit riskimaksuille.