

Tariffiteorian laskuharjoitus 1, 18.3.2010

1. Olkoon vakuutetun utiliteettifunktio u muotoa

$$u(v) = \mu_1^{-1}(1 - e^{-\mu_1 v}), \quad v \in \mathbb{R}$$

ja vakuutusyhtiön utiliteettifunktio U samaa muotoa

$$U(v) = \mu_2^{-1}(1 - e^{-\mu_2 v}), \quad v \in \mathbb{R},$$

missä μ_1 ja μ_2 ovat positiivisia vakioita ja $\mu_1 > \mu_2$. Osoita, että riippumatta alkuvarallisuudesta kokonaisvahinkomäärää X vastaava vakuutusyhtiön nollahyötyinen vakuutusmaksu on $c(\mu_2)/\mu_2$, missä c on X :n kumulantit generoiva funktio.

2. (jatkoa) Olkoon potentiaalisesti vakuutettava kokonaisvahinkomäärä X Poisson-jakautunut parametrilla $\lambda > 0$. Osoita, että voidaan määrätä sellainen vakuutusmaksu, että X :n vakuuttaminen on 'hyödyllistä' molemmille osapuolille.

3. Olkoon vakuutetun utiliteettifunktio u muotoa $u(v) = \log v$, $v > 0$. Olkoon kokonaisvahinkomäärällä X jakauma $\mathbb{P}(X = 2) = \mathbb{P}(X = 20) = 1/2$. Yhtiö korvaa kokonaisvahinkomäärästä osan

$$r(X) = \max(0, X - M),$$

missä $M > 0$ on vakio. Olkoon edelleen vakuutusmaksu $P = 1.1\mathbb{E}(r(X))$ ja vakuutetun alkuvarallisuus $a_0 = 30$. Määrää omavastuu M siten, että vakuutetun vastuulle jäävä kokonaisvahinkomäärä on keskimäärin 20 prosenttia X :stä. Määrää myös kyseistä M :n arvoa vastaava näkymän

$$a_0 - P - X + r(X)$$

utiliteetti. (Vastaus: utiliteetti = 2.897)

4. Olkoon vakuutus muuten kuten edellisessä tehtävässä, mutta nyt korvattava määrä on muotoa

$$r(X) = qX,$$

missä $q \in (0, 1)$ on vakio. Määrää q siten, että vakuutetun vastuulle jäävä kokonaisvahinkomäärä on keskimäärin 20 prosenttia X :stä. Määrää myös kyseistä q :n arvoa vastaava näkymän

$$a_0 - P - X + r(X)$$

utiliteetti. Totea suoraan laskemalla, että edellisen tehtävän omavastuujärjestely on 'hyödyllisempi' vakuutetulle.

5. Olkoon kokonaisvahinkomäärä kuten tehtävässä 3 ja korvattava määrä muotoa $r(X) = \min(X, M')$, missä $M' > 0$ on vakio. Määrää M' siten, että vakuutetun vastuulle jäävä kokonaisvahinkomäärä on keskimäärin 20 prosenttia X :stä. Olkoon lisäksi vakuutusyhtiön utiliteettifunktio U muotoa $U(v) = \log v$, $v > 0$. Määrää yhtiön nollahyötyinen vakuutusmaksu, kun alkuvarallisuus on $A_0 = 100$. Totea, että saatu maksu sisältää positiivisen varmuuslisän.