

Matematiikan ja tilastotieteen laitos
Matemaattisen analyysin jatkokurssi
Harjoitus 6
5.3.2010

1. Laske $\iiint_V \frac{xy}{z} dx dy dz$, kun $V = \{(x, y, z) \mid 0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 3, 1 \leq z \leq 2\}$.
2. Laske koordinaattitasojen $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$ ja tason $x + 4y + z = 6$ rajoittaman tetraedrin V tilavuus integroimalla vakiofunktio 1 yli V :n.
3. Laske $\int_V f$, kun $V = \{(x, y, z) \mid 1 \leq y \leq 2, -y \leq x \leq y, x + y \leq z \leq x + 2y\}$ ja $f(x, y, z) = yz + z$.
4. Laske $\iiint_V ((x^2 + y^2)^2 + z) dx dy dz$, kun V on sylinterin puolikas $V = \{(x, y, z) \mid x^2 + y^2 \leq 4, 0 \leq z \leq 2, y \geq 0\}$.
5. Laske pallokoordinaatteihin siirtymällä $\int_V f$, kun $f(x, y, z) = \frac{x^2 + y^2}{x^2 + y^2 + z^2}$ ja $V = \{(x, y, z) \mid 1 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 4, z \geq 0\}$.
6. Määritä luku $c \in \mathbb{R}$ niin, että funktio $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x, y) = \frac{c}{(1 + x^2 + y^2)^3}$, on tiheysfunktio. (Vihje: Integroi napakoordinaatteihin siirtymällä yli kasvavien origokeskisten kiekkojen.)

Huom. 1. kurssikoe on ma 15.3. klo 12–14 Kumpulassa Exactumin salissa B123. Koealue on integraalilaskenta eli harjoitusten 1–6 aihepiiri.