

Matematiikan ja tilastotieteen laitos
Matemaattisen analyysin jatkokurssi
Harjoitus 4
19.2.2010

1. Jana $y = kx$, $0 \leq x \leq h$ ($h, k > 0$) pyörähtää x -akselin ympäri. Laske integroimalla syntyneen suoran ympyräkartion tilavuus ja vaipan ala.
2. Laske $\int_0^{\infty} x e^{-3x} dx$.
3. Osoita majoranttiperiaatteen avulla integraali $\int_1^{\infty} x^{100} e^{-2x} dx$ suppenevaksi. (Vihje: $e^{-2x} = e^{-x} e^{-x}$ ja syksyn kurssin tiedot.)
4. Tutki integraalien $\int_0^1 \frac{x^2 + 1}{x^3 + x} dx$ ja $\int_1^2 \frac{x dx}{\sqrt{x-1}}$ suppenemista.
5. Määritä luku $a \in \mathbb{R}$ niin, että funktio $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} 0, & x < 1 \\ a e^{-5x}, & x \geq 1 \end{cases}$, on tiheysfunktio. Laske todennäköisyys $P(0 \leq X \leq 3)$, kun satunnaismuuttujalla X on tämä tiheysfunktio f .
6. Laske ylä- ja alasummien antamat arviot tasointegraalille $\iint_A e^{-x-y} dx dy$, kun $A = [0, 1] \times [0, 1]$ ja jako $D = D_x \times D_y$, missä $D_x = D_y = \{0, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, 1\}$.