

INSTITUTIONEN FÖR MATEMATIK OCH STATISTIK

Analys II

Handledning 7

För veckan som börjar 22.3.2010

Extrapoäng för dem som deltar i handledningarna från och med den 22.3: deltagande i 4-5 handledningar ger 2 extrapoäng och deltagande i 3 handledningar ger 1 extra poäng.

1. Är följande påståenden sanna för alla serier  $\sum x_k$  som konvergerar och består av positiva termer?

(a) Serien  $\sum (x_k)^2$  konvergerar.

(b) Serien  $\sum \sqrt{x_k}$  konvergerar.

I denna uppgift får man använda informationen att om  $\sum x_k$  konvergerar så  $x_k \rightarrow 0$  när  $k \rightarrow \infty$ . Varför är det så?

2. Konvergerar eller divergerar serien?

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[k]{k!}}$$

Minorant-/majorantprincipen...

3. Konvergerar eller divergerar serien?

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[42]{k!}}$$

Kvottestet...

4. Anta att  $\sum_{k=1}^{\infty} x_k$  och  $\sum_{k=1}^{\infty} y_k$ , som båda består av positiva termer, konvergerar.

(i) Visa att serien

$$\sum_{k=1}^{\infty} (\sqrt{x_k} - \sqrt{y_k})^2$$

konvergerar.

(ii) Visa att serien

$$\sum_{k=1}^{\infty} \sqrt{x_k y_k}$$

konvergerar.

(iii) Visa att serien

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sqrt{x_k}}{k}$$

konvergerar(, om  $\sum_{k=1}^{\infty} x_k$  konvergerar.)