INSTITUTIONEN FÖR MATEMATIK OCH STATISTIK
Analys II
Handledning 4
För veckan som börjar 15.2.2010

1. Bestäm alla primitiva funktioner till funktionen $f\colon [0,2] \to \mathbb{R}$, där $f(x) = 0$ när $0 \le x \le 1$ och $f(x) = x - 1$ när $1 < x \le 2$. (Primitiva funktionen är en funktion vars derivata är uppgiftens funktion.)

2. Vi betraktar funktionen $f\colon [0,2] \to \mathbb{R}$, för vilken $f(x) = 0$ när $x \neq 1$ och $f(1) = 3$.
(a) Är f Riemannintegrerbar?
(b) Har funktionen f en primitiv funktion?
(Här kan du använda informationen att derivatan inte kan ha sk. "hopp-punkter". Kommer du ihåg hur en sådan egenskap motiveras?)

   Vi betraktar funktionen $g\colon [0,2] \to \mathbb{R}$, för vilken $g(x) = x^2 \sin(\frac{1}{x^2})$ när $x \neq 0$ och $g(0) = 0$.
(c) Är g deriverbar?
(d) Är g' Riemannintegrerbar?

3. Bekanta dig med beviset för sats 4.11 (s. 13) med hjälp av följande exempel. Vi antar att $f\colon [0,2] \to \mathbb{R}$ är kontinuerlig, att $f(x) \ge 0$ för alla $x \in [0,2]$ och $f(1) > 0$. Visa att

$$\int_0^2 f(x)\,dx > 0.$$

   Meningen är alltså att göra som i beviset för sats 4.11. Kan du presentera sats 4.11 (och så även följdsatsen 4.12) som en följd av detta resultat?

4. Bestäm arean av området som begränsas av x-axeln, en sträcka mellan origo och punkten $(\cosh t, \sinh t)$ på hyperbeln $x^2 - y^2 = 1$, samt hyperbelns båge från punkten $(\cosh t, \sinh t)$ till punkten $(1, 0)$.