

INSTITUTIONEN FÖR MATEMATIK OCH STATISTIK

Analys II

Övning 5

För veckan som börjar 22.2.2010

1. Konvergerar eller divergerar den oegentliga integralen

$$\int_1^{\infty} \frac{\sin^{42}(\cos^{42}(x^{42}))}{x^2} dx?$$

2. Konvergerar eller divergerar den oegentliga integralen

$$\int_0^1 \frac{\sin(e^{x-1})}{x^2} dx?$$

3. Konvergerar eller divergerar den oegentliga integralen

$$\int_0^1 \frac{\sin(e^{x-1})}{\sqrt{x}} dx?$$

4. Vi betraktar funktionen $g : [0, 2] \rightarrow \mathbb{R}$, för vilken $g(x) = x^2 \sin \frac{1}{x^2}$ när $x \neq 0$ och $g(0) = 0$. Konvergerar eller divergerar

$$\int_0^1 g'(x) dx?$$

5. Är den av ekvationen $f(x) = \sqrt[3]{x}$ definierade funktionen $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ likformigt kontinuerlig?

6. Vi antar att tredje derivatan f''' av funktionen f är kontinuerlig i intervallet $] - 1, 1[$. Vi antar att $x \in]0, 1[$. Tillämpa partiell integrering enligt metoden i uppgift 6 i de förra övningarna på resultatet av den uppgiften och härled ekvationen

$$f(x) = f(0) + xf'(0) + \frac{1}{2}x^2 f''(0) + \text{en integral.}$$

(Obs: resultatet gäller även när $x \in] - 1, 0[$.)