INSTITUTIONEN FÖR MATEMATIK OCH STATISTIK
Analys II
Övning 3
För veckan som börjar 8 . 2. 2010

1. Beräkna

$$\int_{1/2}^{\sqrt{3}/2} \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}.$$

Sista sidan i höstens kompendium kan hjälpa.

2. Derivera

$$f(x) = \int_0^{x^2} \sin^2 t \, dt.$$

3. Visa att $e^{x^2} \geq 1 + x^2$ när $0 \leq x \leq 1$, och med detta resultat att

$$\int_0^1 e^{x^2} dx \geq \frac{4}{3}.$$

4. Beräkna

$$\int_0^1 \frac{1}{(x+2)(x+3)} \, dx$$

genom att finna sådana tal A och B att

$$\frac{1}{(x+2)(x+3)} = \frac{A}{x+2} + \frac{B}{x+3}.$$

5. Beräkna

$$\int_0^1 \frac{1}{(x+2)(x^2+3)} \, dx$$

genom att finna sådana tal A, B och C och

$$\frac{1}{(x+2)(x^2+3)} = \frac{A}{x+2} + \frac{Bx}{x^2+3} + \frac{C}{x^2+3}.$$

6. Vi definierar $f(0) = 0$ och

$$f(x) = \sin \frac{1}{x}$$

när $x \neq 0$. Visa med hjälp av Riemanns villkor att f är integrerbar över $[0, 1]$.