

INSTITUTIONEN FÖR MATEMATIK OCH STATISTIK

Analys II

Övning 1

För veckan som börjar 2 . 2. 2010

1. Vi antar att  $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  är begränsad. Vi antar att  $a < c < d < b$ . Visa att  $\sup\{f(x) \mid c \leq x \leq d\} \leq \sup\{f(x) \mid a \leq x \leq b\}$ .

2. Vi undersöker funktionen  $f : [0, \frac{\pi}{2}] \rightarrow \mathbb{R}$  där  $f(x) = \sin^7 x$ . Ge ett exempel på en delning  $D$  för vilken  $S_D - s_D < 10^{-100}$ .

Tips: Undersök delningar med jämnlånga intervall. Det lönar sig att ta en titt på exempel 2.8 i kompendiet. (Det relevanta i denna uppgift är att funktionen är växande samt dess värden i ändpunkterna.)

3. Utred med hjälp av definitionen av Riemannintegralen (dvs visa integrerbarhet och bestäm integralens värde)

$$\int_{-1}^2 2x \, dx.$$

4. Utred med hjälp av definitionen av Riemannintegralen

$$\int_0^1 e^x \, dx.$$

Tips: Undersök delningar med jämnlånga intervall. Använd formeln för geometriska summor (se t.ex. MAOL). Notera att

$$\frac{1 - e^{\frac{1}{n}}}{\frac{1}{n}} \rightarrow -1$$

då  $n \rightarrow \infty$  (eftersom det är frågan om en derivata).

5. Beräkna

$$\int_0^{\pi/3} e^x \cos x \, dx.$$

Tips: genom att tillämpa partiell integrering två gånger kan du få en ekvation ur vilken du kan lösa ut den sökta integralen.

6. Beräkna

$$\int_0^1 \sqrt{1+x^2} \, dx$$

med substitutionen  $x = \sinh t$ . (Se sida 84 höstens kompendium.)