

Verkot

2. harj. (ti 25.5.2010)

Ratkaisuehdotuksia

1.  $S$ -n yhtenäiset komponentit:

-  $(X_1, R_1)$ , missä

$$X_1 = \{a, b, c, e, g, h\},$$

$$R_1 = \{(a, a), (a, e), (b, c), (c, b), (c, h), (e, g), (g, h), (h, h), (h, e)\}.$$

-  $(X_2, R_2)$ , missä

$$X_2 = \{d, f, i\},$$

$$R_2 = \{(d, d), (f, i), (i, f), (i, d)\}.$$

$S$ -n vahvasti yhtenäiset komponentit:

-  $(\{a\}, \{(a, a)\})$ ,

-  $(\{b, c, e, g, h\}, \{(b, c), (c, b), (c, h), (e, g), (g, h), (h, h), (h, e)\})$ ,

-  $(\{d\}, \{(d, d)\})$ ,

-  $(\{f, i\}, \{(f, i), (i, f)\})$ .

2. Suhtekun  $J$  pisteiden joukko on

$$X = \{2, 3, 4, \dots, 50\}$$

ja relaatio on

$$R = \{(n, nk) : n \in X \text{ ja } k \in \mathbb{N} \text{ on sell., että } nk \in X\}.$$

Huomaa, että alkuluvut 29, 31, 37, 41, 43 ja 47 ovat  $\mathbb{Z}$ -eristettyjä pisteitä; niistä on vuoli ainoastaan itseensä.

Pisteen 2 yhtenäinen komponentti on pari  $(Y, S)$ , missä

$$Y = \{2, 4, 6, \dots, 50\} \cup \{3, 5, 7, \dots, 25\}$$

2 jakaa parill. luvut                      parittomien lukujen parittomat tekijät

$$\cup \{27, 33, 35, 39, 45, 49\}$$

parittomalla luvulla jaolliset parittomat luvut

$$= X \setminus \{29, 31, 37, 41, 43, 47\}$$

$$S = R \setminus \{(29, 29), (31, 31), (37, 37), (41, 41), (43, 43), (47, 47)\}$$

(Lemman I.3.5 nojalla yhtenäinen komponentti on pisteidensä virittämä alisuhteikko.)

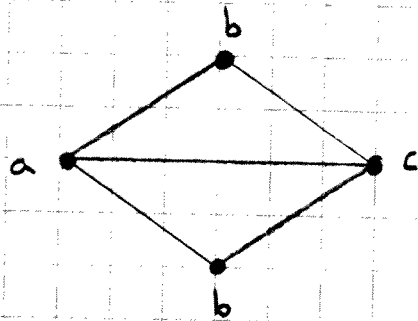
Pisteen 13 yhtenäinen komponentti on sama kuin pisteen 2 yhtenäinen komponentti. Lauseen I.3.8 nojalla, koska  $13 \in Y$ .

Pisteen 41 yhtenäinen komponentti on pari  $(\{41\}, \{41, 41\})$ , koska 41 on  $\mathbb{Z}$ -eristetty piste. Tämä on myös pisteen 41 vahvasti yhtenäinen komponentti.

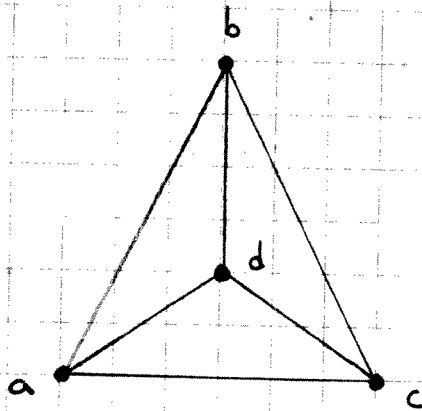
Pisteen 2 vahvasti yhtenäinen komponentti on pari  $(\{2\}, \{(2, 2)\})$ , koska ainoastaan 2 jakaa 2:n.

Pisteen 13 vahvasti yhtenäinen komponentti on pari  $(1, 13)$ ,  $(13, 13)$ , koska astean 13 jakaa 13:n.

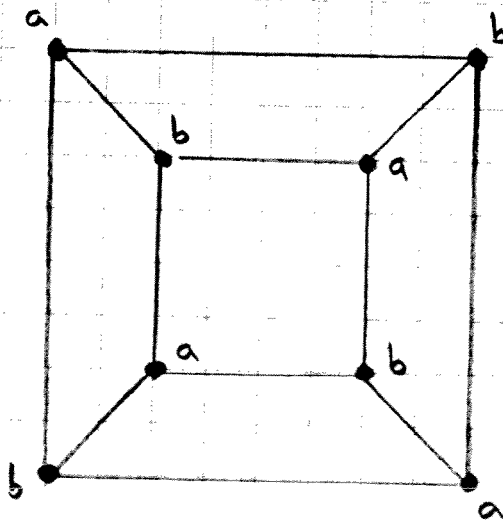
3. Alla a, b, c, d ovat pisteiden "värejä".



Väritysluku on 3.  
Huomaa, että tämä verkko sisältää ali-  
verkkonaan täydellisen  
3-pisteisen verkon.



Väritysluku on 4.  
Tämä verkko on  
täydellinen 4-pisteinen  
verkko. Täydellisessä  
verkoissa 2 eri pis-  
tettä ovat aina vä-  
rekkäin.



Väritysluku on 2.  
Tämä verkko osoi-  
tettiin harjoituksen  
1 tehtävässä 2 kak-  
sijakoiseksi.