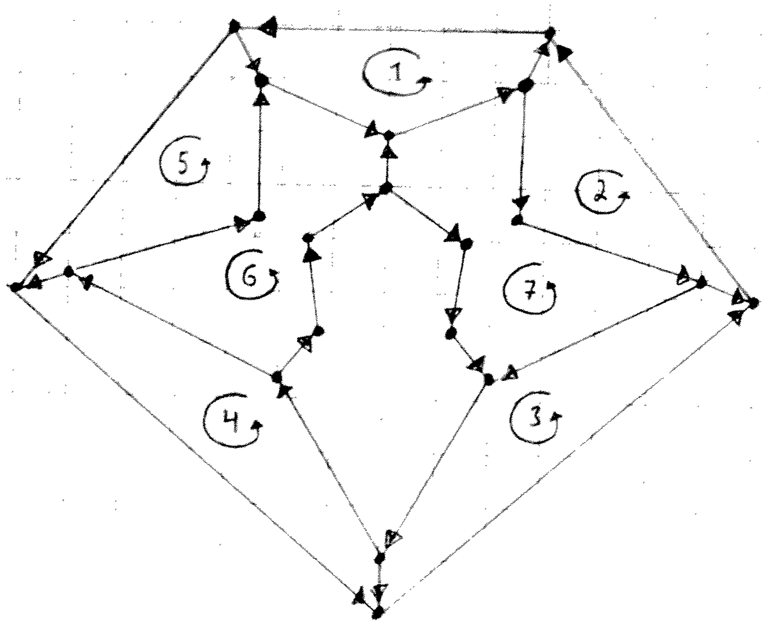
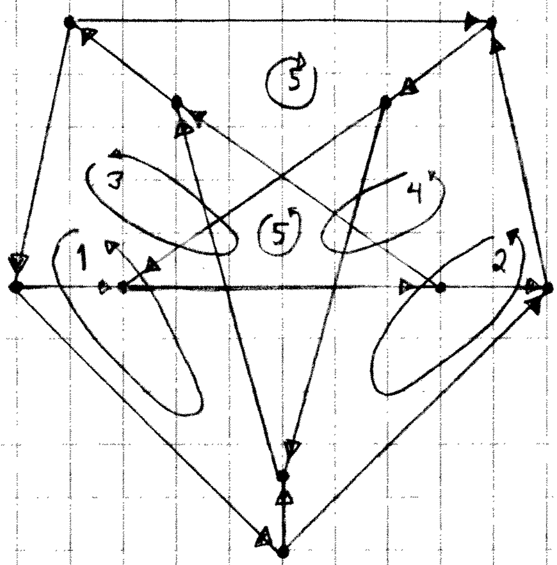
Verkot
Harj. 10 (pe 18.6.2010)
Ratkaisuehdotuksia

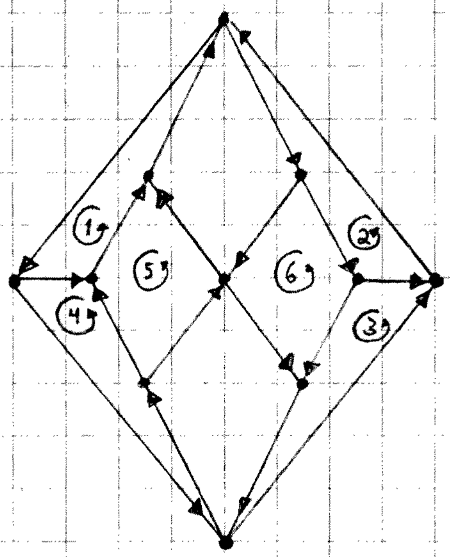
1. $\Rightarrow$: Oletetaan, että G on kahdesti yhtenäinen ja että $\emptyset \neq P \subsetneq P_G$. Lauseen II.4.4 nojalla G on yhtenäinen, joten on olemassa $v \in V_G$ P:n ja $P_G \setminus P$:n välillä. Koska $G-v$ on myös yhtenäinen ja $P_{G-v} = P_G$ ja $V_{G-v} \subset V_G$, on olemassa $w \in V_G$, $w \neq v$, P:n ja $P_G \setminus P$:n välillä.

$\Leftarrow$: Oletetaan, että jokaisella $\emptyset \neq P \subsetneq P_G$ on olemassa $u, v \in V_G$, $u \neq v$, P:n ja $P_G \setminus P$:n välillä. Olkoon $w \in V_G$. Osoitetaan, ~~että~~ $G-w$ on yhtenäinen. Olkoon $\emptyset \neq P \subsetneq P_{G-w} = P_G$. Tällöin on olemassa $u, v \in V_G$, $u \neq v$, P:n ja $P_{G-w} \setminus P$:n välillä. Koska $u \neq v$, niin $u \neq w$ tai $v \neq w$, jolloin $u \in V_{G-w}$ tai $v \in V_{G-v}$ ja sekä u että v ovat viivoja P:n ja $P_{G-w} \setminus P$:n välillä. Siis $G-w$ on yhtenäinen, ja näin ollen G on kahdesti yhtenäinen.

2. Kuviin on merkitty renkaat kiertosuuntineen ja järjestysnumeroineen ja näitä vastaavat vahvasti yhtenäiset yksisuuntaistukset.







3. Olkoon x 3-asteisten pisteiden lukumäärä. Tällöin

$$p_T = 6 + 1 + x + 1 = 8 + x.$$

Toisaalta Lauseiden III 1.3 ja I 2.3 nojalla pätee

$$p_T = v_T + 1 = \frac{1}{2}\sum_{x \in P_T} d_T(x) + 1$$

$$= \frac{1}{2}(6 \cdot 1 + 1 \cdot 2 + x \cdot 3 + 1 \cdot 4) + 1$$

$$= 7 + \frac{3}{2}x$$

Saadaan $8 + x = 7 + \frac{3}{2}x$ eli $x = 2$