

Matematiikka tutuksi, kesä 2011

HY, Avoin yliopisto

Harjoitus 6

1. Todista induktiolla, että n -alkioisen joukon potenssijoukossa on 2^n alkioita.
2. Määritellään lukujono rekursiokaavoilla $a_1 = 1$, $a_{n+1} = \frac{n}{n+1}a_n$. Laske lukujonon viisi ensimmäistä jäsentä, etsi lukujonolle suljettu muoto, ja todista induktiolla, että tämä varmasti on lukujonon suljettu muoto.
3. Määritellään lukujono (a_n) rekursiivisesti kaavoilla

$$a_0 = 1, a_n = \frac{2 + a_{n-1}}{2}.$$

Todista induktiolla, että kaava $b_n = 2 - \frac{1}{2^n}$ määrittelee saman lukujonon. Näytä siis induktiolla luvun n suhteen, että $a_n = b_n$.

4. Formalisoi propositiologiikassa lause "Jos Musti on koira, niin Musti heiluttaa häntäänsä ollessaan iloinen". Anna esimerkki totuusjakaumasta, jolla lause on totta ja totuusjakaumasta, jolla se ei ole totta.
5. Näytä että seuraavat lauseet ovat tautologioita.
 - (a) $\neg A \vee A$
 - (b) $\neg(A \wedge \neg A)$
 - (c) $(A \wedge (A \rightarrow B)) \rightarrow B$
 - (d) $(A \rightarrow B) \leftrightarrow (\neg B \rightarrow \neg A)$
6. Formalisoi propositiologiikassa lause "Jos Pentti söi kakkua tai Ilpo söi kakkua, niin sekä Pentti että Ilpo söivät kakkua". Näytä että lause ei ole tautologia.