

## Matematiikka tutuksi, kesä 2011

HY, Avoin yliopisto

Harjoitus 4

1. Etsi Eukleideen algoritmilla suurin yhteinen tekijä luvuille 4761 ja 918.
2. Olkoot  $a$  ja  $b$  positiivisia kokonaislukuja,  $a > b$ . Näytä että  $a - b$  on jaollinen luvulla  $\text{sy}(a, b)$ .
3. Suunnittele Königsbergiin kaksi uutta siltaa, siten että jonkin asukkaan on mahdollista lähteä kotoaan, kulkea täsmälleen kerran jokaisen sillan yli ja palata kotiinsa. Kuva Königsbergistä löytyy kurssimateriaalista tai googlaamalla "Bridges of Königsberg".
4. Olkoot  $a$  ja  $b$  yksinkertaisen, yhtenäisen verkon  $X$  pisteitä. Pisteiden  $a$  ja  $b$  etäisyys on lyhimmän  $a$ :sta alkavan ja  $b$ :hen loppuvan kulun pituus. Jos esimerkiksi pisteitä  $a$  ja  $b$  yhdistää viiva, niin pisteiden etäisyys on 1, tai jos  $a$  ja  $b$  ovat sama piste, niin niiden etäisyys on 0.

Osoita, että verkossa, jossa on  $n$  pistettä, ei voi olla pisteitä  $a$  ja  $b$ , joiden etäisyys olisi  $n$ .

5. Ollin synttäreille on saapunut paljon vieraita. Hyvän tavan mukaisesti osa ihmisistä on kätellyt toisiaan saapuessaan, mutta osa ei noudata hyviä tapoja. Osoita, että paritonta määrää ihmisiä kätelleitä vieraita on parillinen määrä.
6. Todista, että minkä tahansa kuuden ihmisen joukosta löytyy joko kolme ihmistä jotka kaikki ovat toistensa Facebook-kavereita tai kolme ihmistä, joista kukaan ei ole kahden toisen Facebook-kaveri. *Vihje: Valitse aluksi jokin ihmisistä ja jaa loput kahteen osaan sen mukaan, ovatko he tämän Facebook-kavereita.*