

Kokeessa ei saa käyttää taulukkokirjaa.

1. Tietty lento lennetään koneella, jossa on matkustajille 100 paikkaa. Kyseiselle lennolle on myyty 102 lippua. Käytämme mallia, jossa lipun ostaneet matkustajat toisistaan riippumattomasti joko saapuvat tai eivät saavu lennolle, ja yhden matkustajan saapumistodennäköisyys on p (esim. $p = 0.97$).

Kirjoita kaava todennäköisyydelle, että kaikki tälle lennolle saapuvat matkustajat saavat paikan. Muokkaa kaava sellaiseen muotoon, että siinä ei esiinny summaoperaattoria \sum eikä binomikertoimia eikä kertomaa. Tavalliset neljä laskutoimitusta sekä potenssiin korotus sallitaan.

Opastus: kyseessä on toistokoe; saattaa olla hyödyllistä siirtyä tapahtuman komplementtiin.

2. Olkoon satunnaismuuttujalla U välin $(0, 1)$ tasajakauma, ja määritellään $X = -\ln(U)$. Anna ensin lauseke X :n kertymäfunktiolle $F(x)$ kaikilla $x \in \mathbb{R}$. Johda sitten X :n tiheysfunktio. Tunnista tulosten perusteella X :n jakauma. Miten suuri on EX ?

3. Olkoot ellipsin puoliakselien pituudet X ja Y riippumattomia satunnaismuuttujia, joilla on seuraavat jakaumat. X :llä on eksponenttijakauma odotusarvolla 2. Y :llä on välin $(0, 2)$ tasajakauma.

Laske EZ ja var Z , jossa $Z = \pi XY$ on ellipsin pinta-ala.

4. Tässä tehtävässä oletetaan, että satunnaismuuttujan X momenttiemäfunktio $M(t)$ on olemassa kaikilla t .

a) Anna momenttiemäfunktion $M(t)$ määritelmä.

b) Kerro (ilman perusteluja), miten X :n ensimmäinen ja toinen momentti voidaan laskea funktion M avulla.

c) Määrittele satunnaismuuttujan X kumulanttiemäfunktio $K(t)$. Kerro miten EX ja var X saadaan laskettua funktion K avulla, ja anna kaavoillesi perustelut.