

1. Laske implisiittisesti derivoimalla  $\frac{\partial z}{\partial x}$  ja  $\frac{\partial z}{\partial y}$  yhtälöstä  $ze^x + z^3(1 + y^2) = c$ . Sievennä derivaattojen lauseketta tapauksessa, jossa vakio  $c = 0$ .
2. Tutki seuraavien neliömuotojen definiittisyyttä
  - a)  $Q(x, y, z) = 3xy - x^2 + 2z^2$
  - b)  $Q(x, y) = 5x^2 + 4xy + 8y^2$
  - c)  $Q(x, y) = 4x^2 + 4xy + y^2$
3. Osoita, että funktio  $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \|x\|$ , on konvekksi.
4. Tutki funktion  $f(x, y) = 2x^3 + y^3 - 5xy$  konveksisuutta  $\mathbb{R}^2$ :ssa.
5. Tutki funktion  $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x, y, z) = 7x^2 + 4y^2 + 7z^2 - 2xy - 2yz - 4xz$ , konveksisuutta.
6. Osoita, että funktio  $f(x, y) = x^3 + y^3 + xy$  on vahvasti konvekksi pisteen  $(1, 1)$  pienessä kiekkoympäristössä. (Vihje: Determinantit ovat jatkuvia lausekkeita.)