

1. Muodosta funktion  $f(x, y) = x^3y^2 + 7xy^3 + xy^2 - 3xy$  Hessen matriisi  $H(x, y)$  ja laske  $f$ :n Hessen determinantti pisteessä  $(1, -1)$ .
2. Muodosta tehtävän 1 funktion kokonaisdifferentiaali ja osittaisdifferentiaalit pisteessä  $(1, -1)$ . Mihin suuntaan  $f$  vähenee nopeimmin tässä pisteessä?
3. Määritä pinnan  $x^2y^2 + z^2 + y = 7$  pisteeseen  $(1, 2, -1)$  liittyvän tangenttitason yhtälö.
4. Olkoon  $f(x, y) = e^{2x+y}$  ja  $g(x, y) = (xy, x^2)$ . Laske yhdistetyn kuvauksen  $f \circ g$  osittaisderivaatat sekä ketjusäännön avulla että muodostamalla ensin  $f \circ g$ :n lauseke. Laske vielä  $f \circ g$ :n derivaatta vektorin  $(2, 3)$  suuntaan pisteessä  $(0, 1)$ .
5. Määritä ellipsin  $3x^2 + 4y^2 = 16$  pisteeseen  $(2, 1)$  piirretyn tangentin yhtälö implisiittisen derivoinnin avulla. Perustele implisiittifunktion olemassaolo. Johda sama yhtälö käyttäen sitä, että gradientti on tasa-arvopinnan normaali.
6. Määritä ellipsoidin  $x^2 + 2y^2 + 3z^2 = 9$  pisteeseen  $(2, 1, 1)$  liittyvän tangenttitason yhtälö.