

1. Laske avaruusintegraali  $\int_V f$ , kun  $f(x, y, z) = xyz + x^2$  ja  $V = \{(x, y, z) \mid -1 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2, 1 \leq z \leq 2\}$ .
2. Laske koordinaattitasojen  $x = 0$ ,  $y = 0$  ja  $z = 0$  ja tason  $x + 2y - 3z = 6$  reunustaman tetraedrin tilavuus laskemalla avaruusintegraali  $\int_V 1$ .
3. Määritä joukon  $V = \{(x, y, z) \mid 1 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 9, y \geq 0\}$  keskiö. (Vihje: Pallokoordinaatit, vrt. luennot s. 86).
4. Määritä vakio  $c$  niin, että funktio  $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ ,

$$f(x, y, z) = \begin{cases} \frac{c}{(1 + x^2 + y^2)^2}, & 0 \leq z \leq 1 \\ 0, & \text{muuten} \end{cases}$$

on tiheysfunktio, ts.  $f(x, y, z) \geq 0$  ja  $\int_{\mathbb{R}^3} f = 1$ . (Vihje: Sylinterikoordinaatit auttavat laskuissa. Tarkastele laajenevaa sylinteriä, jonka akseli on  $z$ -akseli.)

5. Osoita, ettei ole olemassa raja-arvoa

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{2xy + x^3}{2x^2 + 3y^2}.$$

6. Määritä raja-arvo

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^5 + y^5}{x^4 + y^4}.$$

HUOM. 1. kurssikoe on ma 9.3. klo 12–14, Mariankatu 11, ls 5. Koealue on harjoitusten 1–6 asiat eli luentojen sivut 1–105. Keskiviikon 25.2. luennolla kerrataan koealuetta ja käydään läpi vanhoja koetehtäviä.