

1. Käyrän $y = x^2$ ja suoran $y = 2x$ reunustama alue pyörähtää x -akselin ja y -akselin ympäri. Laske syntyneiden pyörähdyskappaleiden tilavuudet.
2. Jana $y = kx$, $0 \leq x \leq h$ ($h, k > 0$) pyörähtää x -akselin ympäri. Laske integroimalla pyörähdyskappaleen (suora ympyräkartio) tilavuus ja vaipan ala.
3. Suppeneeko integraali $\int_0^{\infty} x^2 e^{-2x} dx$?
4. Tutki seuraavien integraalien suppenemista esim. minorantti- ja majoranttiperiaatteiden avulla:
a) $\int_2^{\infty} \frac{x^5 + 1}{x^6 - 1} dx$ b) $\int_0^{\pi/2} \frac{x\sqrt{x}}{\sin^2 x} dx$.
(Vihje b-kohtaan: Etsi ensin arvio $\sin x \geq cx$ sopivalla $c \in]0, 1[$.)
5. Käyrä $y = \frac{1}{x}$, $x \geq 1$, pyörähtää x -akselin ympäri. Osoita, että pyörähdyskappaleen vaipan ala on ääretön. (Vrt. harj. 3, teht. 6, jossa pyörähdyskappaleen tilavuus laskettiin äärelliseksi.)
6. Määritä luku $a \in \mathbb{R}$ niin, että funktio $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ axe^{-4x}, & x \geq 0 \end{cases}$ on tiheysfunktio.