

Matematiikan ja tilastotieteen laitos  
Matemaattisen analyysin jatkokurssi  
Harjoitus 3  
6.2.1009

1. Laske  $\int_{\pi/4}^{\pi/3} \frac{dx}{9 \cos^2 x - \sin^2 x}$  sijoituksella  $\tan x = t$ .
2. Derivoi funktio  $f(x) = \int_{-x}^{x^2} \sin \frac{1}{t} dt$ . Mikä on  $f$ :n määrittelyjoukko? (Vihje:  $\int_{-x}^{x^2} = \int_{-x}^a + \int_a^{x^2}$  riippumatta suuruusjärjestyksestä. Valitse vakio  $a$  niin, että integraalit ovat määritellyt.)
3. Tutki funktion  $f(x) = \int_0^{x^2} e^{t^2} dt$  monotonisuutta. (Vihje: Älä yritä laskea integraalia.)
4. Laske käyrien  $y = x^3 + 2x + 1$  ja  $y = x^2 + 2x + 1$  reunustaman tasoalueen ala.
5. Laske käyrän  $x = ye^y$  ja suorien  $x = 0$  ja  $y = 2$  reunustaman alueen ala.
6. Käyrä  $y = \frac{1}{x}$ ,  $1 \leq x \leq M$ , pyörrähtää  $x$ -akselin ympäri. Laske pyörrähdyskappaleen tilavuus  $V_M$  ja  $\lim_{M \rightarrow \infty} V_M$ . Laske myös käyrän,  $x$ -akselin ja suorien  $x = 1$ ,  $x = M$  rajoittaman alueen ala  $A_M$  ja  $\lim_{M \rightarrow \infty} A_M$ .