

Sijoitustoiminnan matematiikan laskuharjoitus 7, 23.4.2009

1. Olkoon markkinoilla kolme riskillistä arvopaperia. Olkoon näitä vastaava odotustuottovektori $\bar{r} = (0.05, 0.1, 0.1)^T$. Tuottoasteiden kovarianssimatriisi on

$$C = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Määrää kaikki tehokkaita allokoiteja vastaavat varianssi-/odotustuottoparit sekä minimaalinen varianssi, joka allokoinneilla voidaan saavuttaa.

2. (jatkoa) Määrää odotustuottoa 0.2 vastaava tuottoasteen varianssin minimoiva arvopapereiden allokointi.

3. (jatkoa) Lisätään markkinoille bondi vuosikorolla $i \geq 0$. Määrää i , kun syntyvien markkinoiden markkinasalkun odotustuotto on 0.15.

4. Markkinoiden riskillisiä arvopapereita koskevat tehokkaat varianssi-/odotustuottoparit (σ^2, r) saadaan käyrältä $\sigma^2(r) = ar^2 + br + c$ ja riskitön korko on $i \geq 0$. Tarkastellaan allokoitua $W(0) = (w_1, \dots, w_N)$, missä riskittömän arvopaperin osuus on $w_1 = 1$ ja siis $w_2 + \dots + w_N = 0$. Oletetaan edelleen, että arvopapereiden 2 ja 3 odotustuotot r_2 ja r_3 eivät ole samat. Allokoinnin $W(0)$ odotustuotto olkoon $s_0 > i$. Merkitään

$$W(\varepsilon) = (1 - \varepsilon, w_2 + \varepsilon\delta_2, w_3 + \varepsilon\delta_3, w_4, \dots, w_N),$$

missä $\varepsilon > 0$ ja $\delta_2 + \delta_3 = 1$ ovat sellaisia, että myös allokoinnin $W(\varepsilon)$ odotustuotto on s_0 . Olkoon σ_ε allokoitua $W(\varepsilon)$ vastaava tuottoasteen hajonta ja s_ε riskillisten arvopapereiden jakauman

$$(v_2, \dots, v_N) = (w_2/\varepsilon + \delta_2, w_3/\varepsilon + \delta_3, w_4/\varepsilon, \dots, w_N/\varepsilon)$$

antama odotustuotto. Totea, että $\sigma_\varepsilon \geq \varepsilon\sigma(s_\varepsilon)$ ja että

$$\liminf_{\varepsilon \rightarrow 0^+} \sigma_\varepsilon \geq \sqrt{a}(s_0 - i).$$

Päättele, että allokoinnin $W(0)$ tuottoasteen hajonta on vähintään $\sqrt{a}(s_0 - i)$.

5. (jatkoa) Olkoon $w' = \varepsilon\sigma(s_\varepsilon)/\sigma(r^*)$ ja

$$W'(\varepsilon) = (1 - w', w'(w_2^*, \dots, w_N^*)),$$

missä (w_2^*, \dots, w_N^*) on markkinasalkku ja $\sigma(r^*)$ tätä vastaava tuottoasteen hajonta. Tarkastele allokoinnin $W'(\varepsilon)$ odotustuottoa ja tuottoasteen hajontaa rajalla, kun $\varepsilon \rightarrow 0$. Päättele, että edellisen tehtävän allokointi $W(0)$ ei ole tehokas toisin sanoen, että on olemassa allokointi, joka antaa odotustuoton s_0 ja pienemmän tuottoasteen hajonnan kuin $W(0)$.