

## Henkivakuutusmatematiikan laskuharjoitus 9, 13.11.2008

**Huom.** Ke 19.11 ei ole luentoa, 20.11. ei ole harjoituksia.

1. Tarkastellaan vakuutusta, jossa yhtiö korvaa vakuutetulle määrän  $S = 100$  kuolinhetkellä, jos vakuutettu kuolee ennen hetkeä  $2n = 20$ . Vakuutettu on  $x$ -ikäinen sopimuksen tekohetkellä ja maksaa vakuutuksen kertamaksuna. Hetkellä  $n$  vakuutettu muuttaa vakuutusta siten, että yhtiö maksaa määrän  $S/2$  kuolinhetkellä, jos vakuutettu kuolee ennen hetkeä  $2n$  ja summan  $S/2$  hetkellä  $2n$ , jos vakuutettu on tällöin elossa. Vakuutusmaksu maksetaan hetkestä  $n$  lähtien jatkuvana ja vakiosuuruisena koko vakuutuskauden ajan. Olkoot korkoutuvuus  $\delta = 0.04$  ja kuolevuus  $\mu = 0.01$  vakioita. Määrää muutoksen jälkeinen maksuintensiteetti.

2. Tarkastellaan yleistä vakuutus sopimusta, johon sisältyy erinäisiä vakuutetun elinaikaan sidottuja korvauksia vakuutuskaudella  $[0, n]$  (määräaikaista eläkkeitä, elämänvarakorvauksia, kuolintapauskorvaus). Vakuutettu on  $x$ -ikäinen sopimuksen tekohetkellä. Oletetaan, että vakuutusmaksua maksetaan jatkuvasti koko kauden ajan intensiteetillä  $\bar{B}$ . Vakuutusmaksun perimisestä syntyy vakuutusyhtiölle liikekuluja intensiteetillä  $\kappa\bar{B}$  hetkellä  $t \in (0, n)$ , missä  $\kappa \geq 0$  on vakio ja  $\bar{B}$  vakuutuksen jatkuva bruttomaksu. Osoita, että bruttovastuuvelka hetkellä  $t \in (0, n)$  on sama kuin nettovastuuvelka (vastaten tilannetta, jossa  $\kappa = 0$ ).

3. Jatkuvamaksuisen elämänvaravakuutuksen korvaussumma on  $S = 100$ . Olkoot kuolevuus  $\mu = 0.02$  ja korkoutuvuus  $\delta = 0.03$  vakioita ja vakuutuskauden pituus  $n = 20$ . Vakuutusmaksua maksetaan koko vakuutuskauden ajan intensiteetillä  $\bar{B}$ . Tässä on otettu korvausten lisäksi huomioon vakuutuksen hoitamisesta aiheutuvat kulut, joita syntyy intensiteetillä  $0.1\bar{B}$ , sekä vakuutuksen perustamiskustannukset, jotka ovat 9 prosenttia vakuutussummasta  $S$ . Määrää  $\bar{B}$ .

4. Kertamaksuisessa  $x$ -ikäiselle otetussa elämänvaravakuutuksessa korvataan hetkellä  $n$  summa  $S$ , jos vakuutettu on tällöin elossa. Olkoot  $i_1, \dots, i_n$  ja  $\mu$  ensimmäisen ja  $i_1^*, \dots, i_n^*$  ja  $\mu^*$  toisen kertaluvun perusteet, missä  $i_k$  ja  $i_k^*$  ovat  $k$ . vuoden vuosikorkoja. Olkoon  $V(k)$  elossa olevan vakuutetun vastuuvelka hetkellä  $k$  laskettuna ensimmäisen kertaluvun perusteilla. Kirjoita  $k$ . vuoden satunnaisylijäämä ja tämän toisen kertaluvun perusteilla laskettu odotusarvo hetkellä  $k - 1$  elossa olevalle vakuutetulle,  $k = 1, \dots, n$ . Todista, että viimeksi mainittu on

$$(i_k^* - i_k)V(k - 1) + (q_{x+k-1}^* - q_{x+k-1})V(k).$$

5. (jatkoa) Olkoon

$$Y_n = \sum_{k=1}^n (1 + i_{k+1}^*) \cdots (1 + i_n^*) {}_{k-1}p_x^* y_k$$

kumuloitunut ylijäämä hetkeen  $n$  mennessä. Olkoon  $P$  ensimmäisen ja  $P^*$  toisen kertaluvun perusteilla määrätty ekvivalenssiperiaatteen mukainen nettokertamaksu. Osoita, että

$$Y_n = (1 + i_1^*) \cdots (1 + i_n^*)(P - P^*).$$