

Henkivakuutusmatematiikan laskuharjoitus 7, 30.10.2008

1. Yhtiöllä on hetkellä nolla N vakuutusta, joista kustakin korvataan vuoden kuluttua määrä η_1 , mikäli vakuutettu ei ole tällöin elossa. Korvaus η_1 on erään arvopaperin hinta hetkellä yksi. Oletetaan, että $\mathbf{P}(\eta_1 = 1.1) = 0.8$ ja $\mathbf{P}(\eta_1 = 0.9) = 0.2$. Hinta hetkellä nolla on $\eta_0 = 1$.

Kukin vakuutettu maksaa hetkellä nolla kertamaksun $P = 0.01$. Vakuutettujen elinajat ovat riippumattomia ja samoin jakautuneita satunnaismuuttujia. Olkoon jokaisen vakuutetun kuolintodennäköisyys vuoden aikana $q = 0.01$. Oletetaan edelleen, että elinajat ovat riippumattomia mainitun arvopaperin hintakehityksestä.

Yhtiöllä on hallussaan alkupääomaa määrä U_0 . Yhtiö sijoittaa vuoden alussa alkupääomansa ja saamansa vakuutusmaksut vuodeksi pankkitilille, jonka korkoutuvuus on δ . Arvioi keskeisen raja-arvolauseen avulla todennäköisyyttä, että yhtiön varallisuus vuoden lopussa ei riitä korvausten maksamiseen, kun $\delta = 0.05$, $N = 10000$ ja $U_0 = 15$ (arvioi erikseen vastaavat ehdolliset todennäköisyydet ehdolla $\eta_1 = 1.1$ ja $\eta_1 = 0.9$).

2. (jatkoa) Arvioi edellisen tehtävän todennäköisyyttä, kun yhtiö ostaa saamallaan vakuutusmaksuilla NP kappaletta mainittuja arvopapereita hetkellä nolla ja myy ne hetkellä yksi. Alkupääoma talletetaan pankkiin kuten edellisessä tehtävässä.

3. Tarkastellaan kahden hengen kuolemanvaravakuutusta, jossa maksetaan korvaus S jälkimmäisen kuoleman sattuessa, mikäli tämä sattuu ennen hetkeä n . Olkoot vakuutettujen iät sopimuksen tekohetkellä x ja y ja korkoutuvuus vakio δ . Vakuutusmaksua maksetaan jatkuvasti ekvivalenssiperiaatteen mukaisella intensiteetillä \bar{P} niin kauan kuin molemmat ovat elossa. Määrää vakuutuksen vastuuelka hetkellä $t \in (0, n)$ sopivia elinaikoja vastaavien nettokertamaksujen avulla, kun molemmat vakuutetut ovat elossa. Mikä on vastuuelka, jos vain x -ikäinen elää.

4. Tarkastellaan elämänvaravakuutusta, jossa korvataan määrä S_1 hetkellä n , jos vakuutettu on tällöin elossa ja lisäksi määrä S_2 hetkellä $2n$, jos vakuutettu on edelleen elossa. Korkoutuvuus δ ja kuolevuus μ ovat positiivisia vakioita. Vakuutusmaksua maksetaan jatkuvasti ekvivalenssiperiaatteen mukaisella vakiointensiteetillä \bar{P} välillä $(0, n)$. Vakuutettu olkoon x -ikäinen sopimuksen tekohetkellä. Määrää elossa olevaa vakuutettua koskeva vastuuelka $V(t)$ jokaisella hetkellä $t \in (0, 2n)$ parametrien $S_1, S_2, \bar{P}, n, \delta$ ja μ avulla. Määrää myös $V(t)$:n raja-arvot, kun $t \rightarrow 0+$, $t \rightarrow n-$, $t \rightarrow n+$ ja $t \rightarrow 2n-$.

5. Tarkastellaan kuolemanvaravakuutusta, jossa korvaus kuolinhetkellä on S . Vakuutettu olkoon x -ikäinen ja vakuutuskauden pituus $n \in \mathbf{N}$. Vakuutusmaksua maksetaan jatkuvana n vuotta ekvivalenssiperiaatteen mukaisella vakiointensiteetillä. Osoita, että sopimuksen vastuuelka on nolla kaikilla $t \in (0, n)$, kun korkoutuvuus δ ja kuolevuus μ ovat positiivisia vakioita.