

Henkivakuutusmatematiikan laskuharjoitus 5, 9.10.2008

1. Tarkastellaan vakuutusta, jossa yhtiö maksaa vuoden kuluttua sopimuksen alkamisesta korvauksen 1, jos vakuutettu on tällöin kuollut. Olkoon korkoutuvuus vakio δ ja kuolevuus $\mu(x) = be^{cx}$, $\forall x \geq 0$. Määrää 50-vuotiaan vakuutetun nettokertamaksi P , kun $b = 0.00005$, $c = 0.1$ ja $\delta = 0.05$.

2. (jatkoa) Yhtiö tekee vuoden alussa N edellisen tehtävän mukaista vakuutusta. Vakuutusmaksut maksetaan vuoden alussa ja niihin sisällytetään varmuuslisä λ . Toisin sanoen kokonaisvakuutusmaksu on $(1 + \lambda)P$ per vakuutettu. Yhtiöllä on vuoden alussa hallussaan alkupääomaa määrä U_0 . Yhtiö sijoittaa vuoden alussa alkupääomansa ja saamansa vakuutusmaksut vuodeksi pankkitilille, jonka korkoutuvuus on δ .

Vakuutetut ovat kaikki 50-vuotiaita ja jäljellä olevat elinajat toisistaan riippumattomia. Arvioi keskeisen raja-arvolauseen avulla todennäköisyyttä, että yhtiön varallisuus vuoden lopussa ei riitä korvausten maksamiseen, kun $\lambda = 0.05$, $N = 10000$ ja $U_0 = 15$.

3. Olkoot kuolevuus μ ja korkoutuvuus δ molemmat vakioita. Määrää n vuodeksi otetun elämänvaravakuutuksen nettokertamaksi, kun (mahdollinen) korvaus vuoden n lopussa on S .

Talletetaan edellä johdettua nettokertamaksua vastaava rahamäärä tilille n vuodeksi. Määrää sellainen korkoutuvuus δ' , että tilin saldo hetkellä n on S .

4. Olkoot kuolevuus μ ja korkoutuvuus δ jatkuvia. Tarkastellaan kuolemanvaravakuutusta, jossa korvaus kuolinhetkellä on S . Vakuutettu olkoon x -ikäinen ja vakuutuskauden pituus $n \in \mathbf{N}$. Olkoon $t \in (0, n)$ ja $K(t)$ hetkeen t mennessä maksettujen korvausten kokonaismäärä. Määrää $\mathbf{E}(K(t))$.

Esitä $\mathbf{E}(K(t))$ jatkuvana kassavirtana ts. määrää sellainen funktio b , että

$$\mathbf{E}(K(t)) = \int_0^t b(u)du, \quad \forall t \in (0, n).$$

Mikä on koko kassavirran nykyarvo.

5. Oletetaan, että vallitsevia kuolinsyitä on kaksi ja että näihin liittyvät jäljellä olevat elinajat ovat riippumattomia. Jos i olisi ainut kuolinsyy, olisi vastasyntyneen jäljellä olevan elinajan T_i kertymäfunktio F_i ,

$$F_i(t) = 1 - e^{-\mu_i t}, \quad i = 1, 2,$$

missä μ_1 ja μ_2 ovat positiivisia vakioita ($t \geq 0$). Määrää x -ikäisenä n :ksi vuodeksi ostettavan heti alkavan jatkuvan eläkkeen nettokertamaksi, kun maksettavan eläkkeen intensiteetti on vakio \bar{S} ja korkoutuvuus on vakio $\delta > 0$.