

## Henkivakuutusmatematiikan laskuharjoitus 4, 2.10.2008

1. Olkoon vastasyntyneen todennäköisyys olla elossa  $x$ -vuotiaana  $\frac{1}{2}e^{-ax} + \frac{1}{2}e^{-bx}$  kaikilla  $x > 0$ , missä  $a$  ja  $b$  ovat positiivisia vakioita. Määrää  $x$ -ikäisen kuolevuus  $\mu(x)$ .

2. Olkoon kuolevuus  $\mu$ . Oletetaan, että vastaavan elinajan  $T = T(0)$  odotusarvo on äärellinen. Osoita, että

$$d/dx(\mathbf{E}\{T(x)\}) = \mu(x)\mathbf{E}\{T(x)\} - 1$$

$\mu$ :n jatkuvuusasteissa. Todista tuloksen avulla, että jos  $\mathbf{E}\{T(x)\}$  ei riipu  $x$ :stä niin  $T$  on eksponentiaalisesti jakautunut.

3. Olkoon kuolevuus  $\mu$  ja tätä vastaava jäljellä oleva  $x$ -ikäisen elinaika  $T(x)$ . Oletetaan, että  $\mu$  on positiivinen ja kasvava funktio. Osoita, että

$$\mathbf{P}(T(x) > t) \leq e^{-t\mu(x)}$$

ja

$$\mathbf{E}(T(x)) \leq 1/\mu(x).$$

4. Määrää Makeham-kuolevuuteen liittyvä elinajan kertymäfunktio sekä elossapysymistodennäköisyydet  ${}_t p_x$  ( $t > 0, x > 0$ ). Osoita, että mallissa  $y$ -ikäisen jäljellä olevaan elinaikaan liittyvä kuolevuus on myös eräs Makeham-kuolevuus ( $y > 0$ ).

5. Olkoon henkilön 1 kuolevuus  $\mu$  ja henkilön 2 kuolevuus  $c\mu$ , missä  $\mu$  on jatkuva ja  $c$  positiivinen vakio. Määrää todennäköisyys sille, että henkilö 1 kuolee ennen henkilöä 2. Molemmat henkilöt oletetaan vastasyntyneiksi ja elinajat toisistaan riippumattomiksi.