

Riskiteorian laskuharjoitus 9, 3.12.2009

1. Olkoon

$$\begin{aligned}X_n &= \text{sattumisvuoden } n \text{ kokonaisvahinkomäärä} \\M_n &= \text{vuonna } n \text{ maksetut korvaukset,} \\U_n &= \text{korvausvastuu vuoden } n \text{ lopussa.}\end{aligned}$$

Osoita, että $X_n = M_n + U_n - U_{n-1}$.

2. Täydennä alla esitetty selviämiskolmio suorakaiteeksi Chain-Ladder-menetelmällä ja määrää korvausvastuun Chain-Ladder-estimaatti vuoden 4 lopussa, kun yhtiö on toiminut vuodet 0-4. Ylin rivi kuvaa korvausten suhteellista suoritusvuotta ja muut rivit sattumisvuoteen liittyviä toteutuneita korvauksia. Kaikkien korvausten oletetaan tulevan maksetuksi kolmessa vuodessa vahingon sattumisesta.

Satt.					
vuosi	0	1	2	3	4
0	21	60	90	109	109
1	20	60	84	104	
2	13	54	90		
3	16	47			
4	10				

3. Vahinkoja sattuu Poisson-prosessin mukaisesti intensiteetillä λ ja yksittäisen vahingon suuruus on vakio ($=1$). Vahinkojen raportoitusviiveet ovat toisistaan ja lukumääräprosessista riippumattomia ja keskenään samoin jakautuneita. Olkoon yhteinen kertymäfunktio G . Korvaus maksetaan aina kokonaisuudessaan heti, kun vahinko raportoituu yhtiöön. Olkoon M_n vuoden n aikana maksettavien korvausten kokonaismäärä, $n = 1, 2, \dots$. Määrää $\mu_n = \mathbb{E}(M_n)$, kun yhtiö aloittaa toimintansa vuoden 1 alussa. Osoita, että $\mu_n \leq \lambda$ ja että $\lim_{n \rightarrow \infty} \mu_n = \lambda$.

4. Olkoon vahinkoprosessi kuten tehtävässä 3 ja raportoitusviiveen odotusarvo ρ . Olkoon U_n korvausvastuu vuoden n lopussa. Osoita, että korvausvastuun taso pitkällä tähtäimellä on $\lambda\rho$ ts. että $\lim_{n \rightarrow \infty} \mathbb{E}(U_n) = \lambda\rho$.

5. Vahinkoja sattuu Poisson-prosessin mukaisesti intensiteetifunktiolla $\Lambda(t) = \int_0^t \lambda(s) ds$, missä

$$\lambda(t) = \lambda + \varepsilon \sin(2\pi t)$$

ja $0 < \varepsilon < \lambda$ ovat vakioita. Vahinkojen raportoitusviiveet ovat toisistaan ja lukumääräprosessista riippumattomia välillä $(0, 1)$ tasan jakautuneita satunnaismuuttujia. Yksittäisen vahingon suuruus on vakio ($=1$) ja korvaus maksetaan aina kokonaisuudessaan heti, kun vahinko raportoituu yhtiöön. Yhtiö on aloittanut toimintansa hetkellä nolla. Määrää korvausvastuun odotusarvo hetkinä $n/2$, $n = 1, 2, \dots$