

## Riskiteorian laskuharjoitus 8, 19.11.2009

1. Oletetaan, että kokonaisvahinkomäärä on yhdistetty muuttuja siten, että yksittäisen vahingon  $Z$  suuruusjakauma on  $\mathbb{P}(Z = 2) = 4/5$ ,  $\mathbb{P}(Z = 20) = 1/5$  ja että vahinkojen lukumäärän odotusarvo on 100. Oletetaan, että yhtiöllä on koko vakuutuskantaa koskeva XL-jälleenvakuutus omavastuurajana  $M$ . Määrää jälleenvakuuttajan riskimaksu, kun a)  $M = 2$ , b)  $M = 5$ .

2. Olkoon yhtiön kokonaisvahinkomäärä yhdistetty muuttuja. Olkoon vahinkojen lukumäärän odotusarvo  $\mu_K$  ja varianssi  $\sigma_K^2$ . Oletetaan, että molemmat ovat äärellisiä. Yhtiö on suojautunut koko vakuutuskantaa koskevalla XL-jälleenvakuutuksella omavastuurajana  $M$ . Olkoon  $p = \mathbb{P}(Z > M)$ , missä  $Z$  edustaa yksittäisen vahingon suuruutta. Oletetaan, että  $p \in (0, 1)$ . Olkoon  $\bar{K}$  jälleenvakuuttajan nollaa suurempien vahinkojen lukumäärä. Osoita, että

$$\text{Var}(\bar{K}) = p(1-p)\mu_K + p^2\sigma_K^2.$$

3. Olkoon yhtiön  $i$  kokonaisvahinkomäärän  $X_i$  varianssi  $\sigma_i^2 \in (0, \infty)$ ,  $i = 1, \dots, N$ , missä  $N \geq 2$ . Oletetaan, että  $X_1, \dots, X_N$  ovat toisistaan riippumattomia. Tarkastellaan yhtiöiden välisiä riskinvaihtoja, jossa vaihdon jälkeen yhtiön  $i$  vastuulle jäävä kokonaisvahinkomäärä on  $Y_i$ . Vaatimuksena on, että  $Y_1 + \dots + Y_N = X_1 + \dots + X_N$ . Osoita, että on olemassa sellainen riskinvaihto, että  $\text{Var}(Y_i) < \sigma_i^2$  kaikilla  $i = 1, \dots, N$ .

4. Olkoon  $S$  yksittäisen vahingon suuruuden  $Z$  kertymäfunktio. Määritellään  $Z$ :n rajattu odotusarvofunktio  $L$  ehdosta

$$L(M) = \mathbb{E}\{\min(Z, M)\}, \quad M > 0.$$

Tarkastellaan jälleenvakuutussopimusta, jossa jälleenvakuuttaja maksaa kustakin vahingosta rajan  $M$  ylittävän osan, mutta kuitenkin korkeintaan määrän  $A$  ( $M > 0, A > 0$ ). Oletetaan, että kokonaisvahinkomäärä on yhdistetty muuttuja siten, että vahinkojen lukumäärän odotusarvo on  $\lambda$ . Osoita, että ensivakuuttajan riskimaksu  $R$  on

$$R = \lambda[\mathbb{E}(Z) - L(M + A) + L(M)].$$

5. Oletetaan, että yhtiön kokonaisvahinkomäärä  $X$  on normaalisti jakautunut odotusarvona 1000 ja varianssina 40000. Yhtiöllä on SL-jälleenvakuutus omavastuurajana 1100. Määrää jälleenvakuuttajan riskimaksu.

Oletetaan, että inflaation vaikutuksesta kokonaisvahinkomäärä nousee 10 prosenttia (toisin sanoen tarkastellaan muuttujaa  $1.1X$ ). Montako prosenttia nousee jälleenvakuuttajan riskimaksu, kun omavastuuraja säilytetään 1100:na.