

Riskiteorian laskuharjoitus 3, 8.10.2009

1. Oletetaan, että yhtiön vuotuinen vahinkojen lukumäärä noudattaa painotettua Poisson-jakaumaa parametrilla (λ, Q) . Olkoon $\mathbb{P}(Q = 1/2) = \mathbb{P}(Q = 3/2) = 1/2$. Vahingot ovat kaikki yhden euron suuruisia ja vuotuinen kokonaisvakuutusmaksu on P . Olkoon X yhden vuoden kokonaisvahinkomäärä. Miten suuri vakuutusmaksun P on vähintään oltava, että pätsi

$$\mathbb{P}(X > P) \leq p.$$

Parametreilla on arvot $\lambda = 2$ ja $p = 0.1$.

2. Olkoon Q binomijakautunut satunnaismuuttuja parametrein n, p , $n \in \mathbf{N}$, $p \in (0, 1)$ ja $r \in (0, 1)$ kiinteä. Olkoon K lukumäärämuuttuja, jonka ehdollinen jakauma ehdolla $Q = q$ on binomijakauma parametrein q, r , $q \in \{0, 1, \dots, n\}$. Määrää muuttujan K momentit generoiva funktio. Mikä on K :n jakauma.

(Bin($0, r$) katsotaan nolnaan keskittyneeksi jakaumaksi).

3. Yhtiön autovakuutuslaskennassa vahinkojen lukumäärä päivässä on normaalikelillä Poisson-jakautunut parametrilla λ_1 ja liukkaalla kelillä Poisson-jakautunut parametrilla λ_2 ($\lambda_2 > \lambda_1 > 0$). Tarkastellaan N päivän mittaista ajanjaksoa. Liukaskelisten päivien lukumäärä on binomijakautunut parametrein N, p , $p \in (0, 1)$. Päivittäiset vahinkojen lukumäärät oletetaan riippumattomiksi, kun keliolosuhteet on kiinnitetty. Mallinna jakson vahinkojen lukumäärä painotetuksi Poisson-muuttujaksi. Määrää erityisesti struktuurimuuttujan jakauma mainittujen parametrien avulla.

4. Olkoon K painotettu Poisson-muuttuja parametrilla (λ, Q) ja $\text{Var}(Q) = \sigma^2$ äärellinen. Määrää muuttujien K ja Q välinen kovarianssi $\text{Cov}(K, Q)$,

$$\text{Cov}(K, Q) = \mathbb{E}\{(K - \mathbb{E}(K))(Q - \mathbb{E}(Q))\}.$$

5. Olkoon K_i painotettu Poisson-muuttuja parametrilla (λ_i, Q_i) , $i = 1, 2$. Oletetaan, että $K_1 =_L K_2$ (ts. K_1 ja K_2 ovat samoin jakautuneita). Osoita, että $\lambda_1 = \lambda_2$ ja $Q_1 =_L Q_2$.